ИНФОРМАТИКА

УДК 004.942 DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2026_3_68_86
EDN: KCMEAI

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОЯСНИЧНОГО ОТДЕЛА ПОЗВОНОЧНИКА ЧЕЛОВЕКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЕРТИКАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

К. С. Курочка, Т. С. Семенченя

Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого

INVESTIGATION OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE STRESS-STRAIN STATE OF THE HUMAN LUMBAR SPINE UNDER VERTICAL LOADING

K. S. Kurochka, T. S. Semenchenia

Sukhoi State Technical University of Gomel

Аннотация. В статье предлагается исследование анатомически точной математической модели напряженно-деформированного состояния поясничного отдела позвоночника человека под действием различной нагрузки. Предлагаемая математическая модель на основе анализа изображений компьютерной томографии и методика её исследования могут быть использованы в практической деятельности медучреждений для анализа состояния сегмента позвоночника в норме, при нестандартных нагрузках и патологических изменениях.

Ключевые слова: *поясничный отдел позвоночника*, *КТ-изображения*, *напряженно-деформированное состояние*, *патология.*

Для цитирования: *Курочка*, *К. С.* Исследование математической модели напряженно-деформированного состояния поясничного отдела позвоночника человека под действием вертикальной нагрузки / К. С. Курочка, Т. С. Семенченя // Проблемы физики, математики и техники. – 2026. – № 3 (68). – С. 86–90. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2026_3_68_86. – EDN: KCMEAI

Abstract. This article proposes a study of an anatomically accurate mathematical model of the stress-strain state of the human lumbar spine under various loads. The proposed mathematical model, based on CT image analysis, and the methodology for its study can be used in medical practice to analyze the condition of the spinal segment under normal conditions, abnormal loads, and pathological changes.

Keywords: *lumbar spine*, *CT images*, *stress-strain state*, *pathology.*

For citation: *Kurochka*, *K. S.* Investigation of a mathematical model of the stress-strain state of the human lumbar spine under vertical loading / K. S. Kurochka, T. S. Semenchenia // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2026. – № 3 (68). – P. 86–90. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2026_3_68_86 (in Russian). – EDN: KCMEAI

Введение

Заболевания позвоночника являются весьма распространенной патологией и постоянно требуют развития новых технологий для их лечения и возможного прогнозирования результатов хирургического вмешательства. Диагностические задачи затруднены сложным анатомическим строением позвоночника, нередко тяжёлым состоянием пострадавшего, проблемами правильных укладок и т. п. Компьютерная томография – один из основных методов комплексного обследования. Правильное распознавание характера заболевания позвоночника имеет подчас решающее значение для выбора того или иного метода лечения, а также для решения вопроса о характере операции при показаниях к оперативному лечению. Однако КТ-снимки не являются в достаточной степени наглядными и не всегда можно по ним выявить определённые особенности строения и (или) дефектов и повреждений. Для усовершенствования методик лечения и хирургических вмешательств целесообразно использовать математическое моделирование.

Математическая модель может дать значительно больше информации о состоянии позвоночника, чем можно получить современными средствами измерений [3], [4]. При анализе поведения модели поясничного отдела позвоночника человека варьирование значений параметров структур позвоночного столба дает возможность определить влияние каждого из них на проявление синдрома и оценить возможные последствия хирургических вмешательств [5].

Исследования математической модели напряженно-деформированного состояния поясничного отдела позвоночника человека необходимы для:

© *Курочка К. С.*, *Семенченя Т. С.*, 2026

– анализа состояния позвоночника в норме, при нестандартных нагрузках и патологических изменениях;

– выбора обоснованного метода коррекции;

– разработки новых методов коррекции;

– разработки конструкций имплантатов [6].

1 Экспериментальная часть

Для построения модели поясничного отдела позвоночника человека было разработано программное средство, которое выполняет анатомически точную 3D-реконструкцию поясничного отдела позвоночника человека на основе анализа КТ-изображений методами машинного обучения [7].

Для реализации основных функций предлагается следующая технология:

1. Обработка КТ-изображений, в результате которой генерируем 3D-модель поясничного отдела позвоночника в формате STL.

2. Дискретизация, полученной модели в формате STL, конечными элементами в форме тетраэдров.

3. Задаются физические свойства элементам системы (позвонкам и межпозвонковым дискам в виде модуля Юнга и коэффициента Пуассона).

4. Определяются граничные условия, в качестве которых принимает нулевые перемещения в зоне крепления поясничного отдела позвоночника к тазовым костям.

5. Определяем воздействующие усилия, исходя из веса пациента.

6. Далее осуществляется конечно-элементный расчёт полученной модели и определяются деформации.

Схема взаимодействия этапов работы представлена на рисунке 1.1.

Основными элементами позвоночника являются позвонки и межпозвонковые диски. Здоровый позвоночник содержит и позвонки, и межпозвонковые диски, которые не имеют дефектов. Они могут проявляться из-за болезней, больших нагрузок и многих других факторов. На позвоночник действует нагрузка, которая заставляет его деформироваться, особенно в вертикальном положении. В зависимости от приложенной массы и положения позвоночника нагрузки могут действовать различными способами и тем самым влиять на его положение. Поэтому важно исследовать состояния сегмента позвоночника в норме, при нестандартных нагрузках и патологических изменениях.

Для сравнения напряженно-деформированного состояния провели исследования на двух моделях поясничного отдела позвоночника человека – с межпозвонковыми дисками и с отсутствием одного межпозвонкового диска.

Для исследования построенной математической модели использовался один из конечноэлементных CAD.

При исследовании напряженно-деформированного состояния в сгенерированных программным средством конечноэлементных моделях предполагалось, что позвонки представляют собой линейноупругое тело, а межпозвонковые диски – упругопластическое тело [8].

Чтобы корректно рассчитать, как распределяются напряжения и деформации в позвоночнике, необходимо знать свойства материалов, из которых состоят позвонки и межпозвонковые диски. Для упрощения моделирования предполагается, что эти материалы ведут себя как однородные (то есть их свойства одинаковы по всему объему) и изотропные (их свойства не зависят от направления). Значения модуля упругости и коэффициента Пуассона представлены в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Физические характеристики материалов, используемые при построении конечно-элементной модели поясничного отдела позвоночника человека

Материал	Модуль упругости Юнга, МПа	Коэффициент Пуассона
Кость	100	0,2
Межпозвонковый диск	5	0,49

После формирования сетки необходимо задать ограничения:

– масса, представляющая собой давление на позвоночник человека в вертикальном положении;

– закрепление, необходимое для обеспечения корректности математической модели, которое не позволяет модели смещаться под действием приложенных усилий. В данном случае следует зафиксировать нижнюю поверхность позвоночника в области крестца.

При учете этих ограничений модель будет имитировать настоящий позвоночник в упрощенном виде.

Полученная модель представлена на рисунке 1.2.

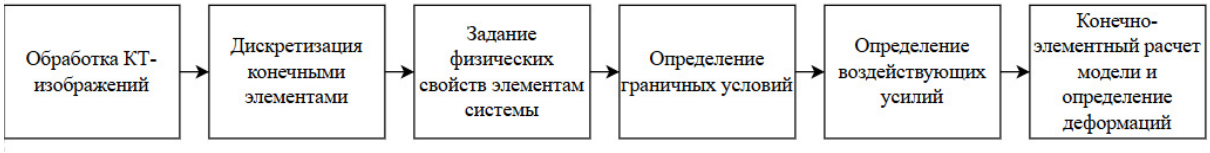


Рисунок 1.1 – Схема взаимодействия этапов работы приложения

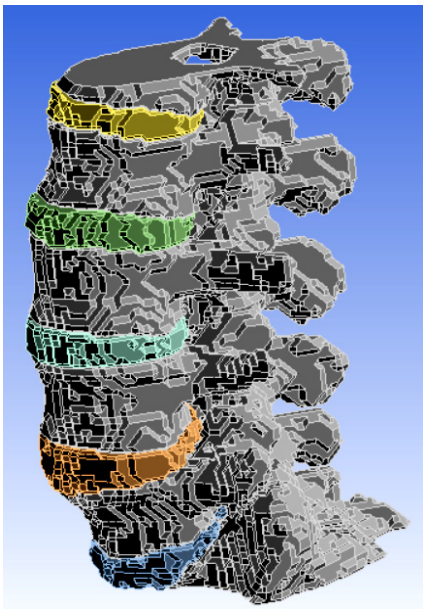


Рисунок 1.2 – Модель поясничного отдела позвоночника человека

2 Результаты и их обсуждения

В ходе экспериментов были проанализированы серии компьютерных томограмм поясничного отдела позвоночника, снятые при различных нагрузках и различными вариантами моделей, которые включают модель с межпозвонковыми дисками и без них.

Результаты напряженно-деформированного анализа позволили определить значения напряжений, действующих на поверхности позвонка. Эти данные представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Результаты напряженно-деформированного анализа поясничного отдела позвоночника человека

Нагрузка (кг)	Максимальное напряжение модели без межпозвонкового диска (МПа)	Максимальное напряжение модели с межпозвонковыми дисками (МПа)
40	3,95	0,88
50	4,94	1,11
65	6,42	1,44
75	7,41	1,66
85	8,4	1,88
100	9,88	2,22
120	11,85	2,66
150	14,81	3,33
200	19,755	4,44

Проведенный напряженно-деформированный анализ поясничного отдела позвоночника человека продемонстрировал линейную зависимость между уровнем напряжения и величиной приложенной нагрузки. Сравнительный анализ двух моделей (с межпозвонковыми дисками и без них) выявил существенное (в несколько раз) превышение максимального напряжения в последнем случае. Данный факт подтверждает адекватность трехмерной модели, а также её высокую степень соответствия полученных расчетных данных к реальному поведению позвоночника.

На рисунке 2.1 представлен график зависимости деформации (напряжений) от нагрузки для модели с межпозвонковыми дисками и без них.

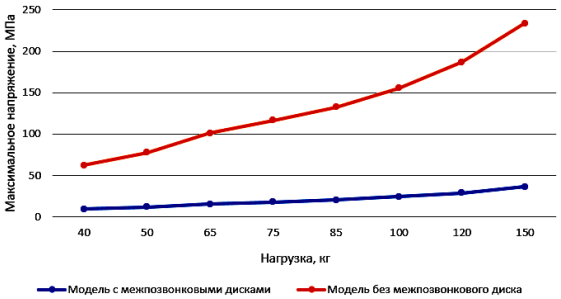


Рисунок 2.1 – График зависимости напряжений от нагрузки

Распределение напряжений в модели поясничного отдела позвоночника без одного межпозвонкового диска является достаточно предсказуемым, так как диски выполняют роль амортизатора, который смягчает и рассеивает нагрузку равномерно между всеми касающимися позвонками. Поэтому при отсутствии одного, например, в следствие травмы, болезни или операции, позвоночный столб будет принимать нагрузку совсем иначе, что может привести еще к более печальным последствиям, так как даже 15% разница в напряжении очень существенна и для массы человека равной 100 кг эта разница будет как дополнительные 15 кг постоянного веса, что приведет к болевым ощущениям. При этом, скорее всего будет затруднено движение человека. И это без учета более сложных параметров, которые могут изменить результат в большую сторону до нескольких раз.

Исследование НДС поясничного отдела позвоночника человека с межпозвонковыми дисками представлено на рисунке 2.2.

Проведенный анализ показал, что максимальные напряжения концентрируются в области ножек дуг позвонков. Детальное распределение напряжений и их величины в зонах повышенной концентрации напряжений представлены на рисунке 2.3.

На рисунке 2.4 показана трехмерная модель с распределением напряжения в случае отсутствия одного межпозвонкового диска.

Модель наглядно демонстрирует участки позвоночника, подверженные повышенному напряжению, в частности, зона отсутствия межпозвонкового диска.

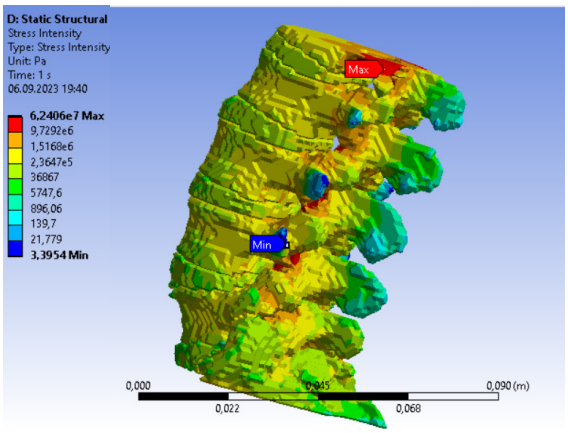


Рисунок 2.2 – Распределение напряжения в модели поясничного отдела позвоночника с межпозвонковыми дисками

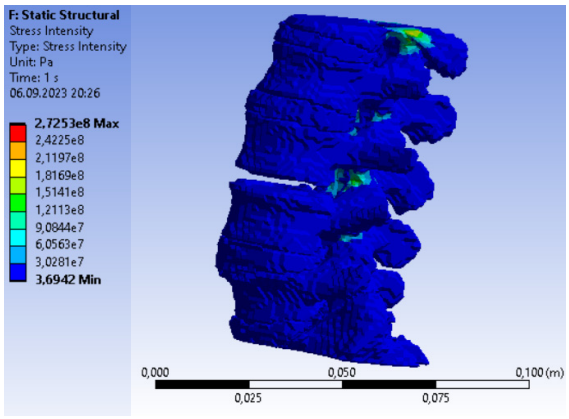
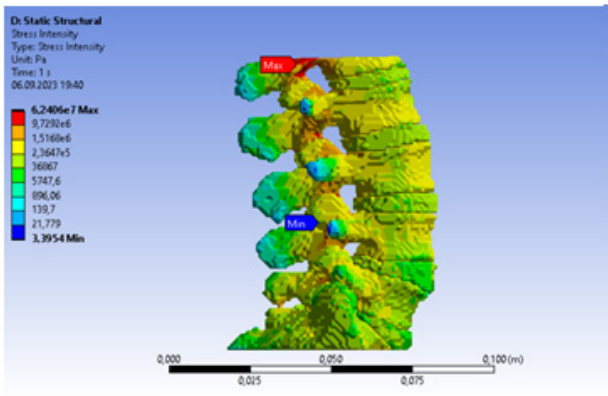
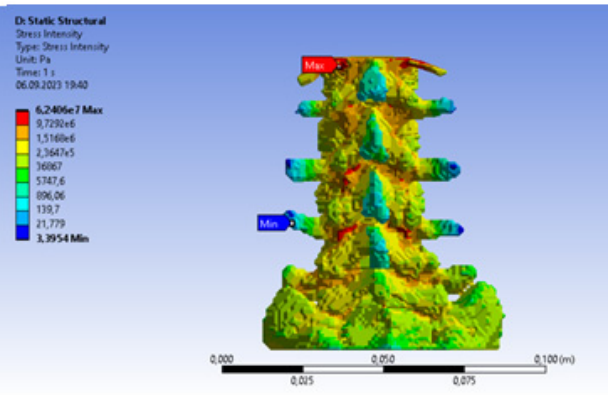


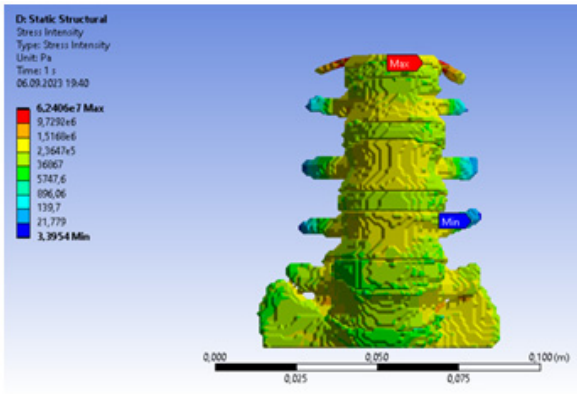
Рисунок 2.4 – Распределение напряжения в модели поясничного отдела позвоночника с отсутствием одного межпозвонкового диска



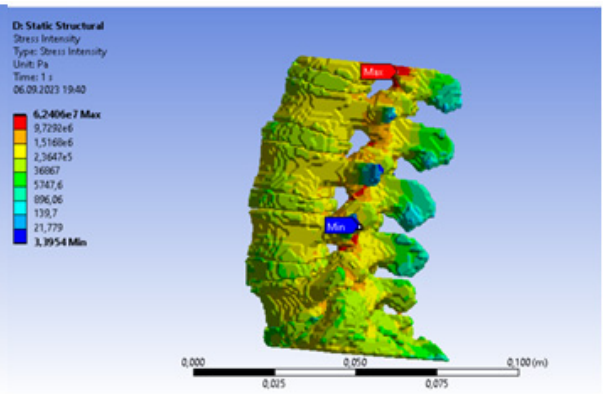
а) боковая проекция



б) прямая проекция, вид сзади



в) прямая проекция, вид спереди



г) области ножек дуги позвонков

Рисунок 2.3 – Распределение напряжения в модели поясничного отдела позвоночника человека

Это знание критически важно при подготовке к операции по установке протеза. Проведение предварительного анализа позволяет не только предсказать влияние имплантации на биомеханику позвоночника, но и заблаговременно выявить потенциальные риски и определить ключевые моменты для оптимизации хирургического подхода.

Заключение

На основании результатов численного моделирования установлено, что применение конечно-элементной модели поясничного отдела позвоночника позволяет провести дифференцированную оценку влияния морфологических структур (отдельных элементов позвонков и межпозвонкового диска) на параметры напряженно-деформированного состояния его сегментов.

Верификация метода конечных элементов подтверждает его достоверность для исследования изменений биомеханического состояния позвоночника, индуцированных установкой имплантатов.

Разработанная модель и предложенная методика ее исследования позволяет повысить значимость расчетов. Конечно-элементную модель поясничного отдела позвоночника человека можно использовать для исследования напряженно-деформированного состояния при имитировании влияния разнообразных патологий на распределение напряжений в поясничном отделе позвоночника человека, а также при моделировании различных хирургических вмешательств, тестировании и оптимизации дизайна искусственных позвонков и устройств для фиксации костей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чуйко*, *А. Н.* Приближенный анализ анатомии, механических характеристик и напряженно-деформированного состояния позвоночника человека / А. Н. Чуйко // Травма. – 2014. – № 6. – С. 100–109.

2. *Рентгенометрическая оценка кинематики пояснично-крестцового отдела позвоночника при остеохондрозе с помощью программного средства* «*ВОЛОТ*» / Е. Л. Цитко, К. С. Курочка, Н. Н. Масалитина [и др.] // Проблемы здоровья и экологии. – 2017. – № 4. – С. 35–41.

3. *Developing of a Mathematical Model to Perform Measurements of Axial Vertebral Rotation on Computer-Aided and Automated Diagnosis Systems, Using Raimondi's Method* // J. Hurtado-Aviles, J. Roca-Gonzalez, K. S. Kurochka [et al.] // Radiology Research and Practice. – 2021. – Vol. 2021. – P. 1–9.

4. *Kurachka*, *K.* Automation of primary diagnostics of diseases of the human lumbar spine using intelligent analysis of CT images / K. Kurachka, X. Wang // Open semantic technologies for designing intelligent systems: Research Papers Collection. – Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics. – 2025. – № 9. – P. 355–360.

5. *Цурова*, *Н. Х.* Биомеханическое моделирование и исследование сегмента поясничного отдела позвоночника / Н. Х. Цурова // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2008. – № 3. – С. 73–78.

6. *Исследование напряженно-деформированного состояния конечно-элементной модели фрагмента позвоночного столба при сочетанном использовании транспедикулярных имплантов и вертебропластики* / Л. А. Бублик, А. Н. Ли-холетов, Я. Е. Бейгельзимер, Р. Ю. Кулагин // Нейрохирургия и неврология Казахстана. – 2013. – № 3. – С. 3–7.

7. *Semenchenia*, *T. S.* Construction of individual geometric 3D model of the lumbar spine of a person based on the analysis of medical images / T. S. Semenchenia, K. S. Kurochka // Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем (OSTIS-2020). – 2020. – Вып. 4. – С. 291–296.

8. *Напряженно-деформированное состояние поясничного отдела позвоночника в* III *стадии дегенеративного процесса* / Е. Л. Цитко, К. С. Курочка, В. И. Сильвистрович [и др.] // Мультидисциплинарный подход к диагностике и лечению коморбидной патологии. – 2018. – С. 506–509.

Поступила в редакцию 27.04.2026.

Информация об авторах

Курочка Константин Сергеевич – к.т.н., доцент

Семенченя Татьяна Сергеевна – старший преподаватель