

ОСОБЕННОСТИ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ В РЕЗОНАТОРЕ В УСЛОВИЯХ РЕЗОНАНСНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ МАТЕРИАЛЬНОГО ОТКЛИКА АКТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА

Е.В. Тимошенко¹, В.А. Юревич²

¹Могилевский государственный университет имени А.А. Кулешова

²Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий, Могилёв

FEATURES OF SUPERRADIATION IN A RESONATOR UNDER CONDITIONS OF RESONANT NONLINEARITY OF THE MATERIAL RESPONSE OF THE ACTIVE ELEMENT

E.V. Timoschenko¹, V.A. Yurevich²

¹Mogilev State A. Kuleshov University, Mogilev

²Belarusian State University of Food and Chemical Technologies, Mogilev

Аннотация. Проведена модификация системы уравнений Максвелла – Блоха, позволившая анализировать особенности структуры сверхизлучения, развивающегося в резонаторах импульсных лазеров. Учтена возможность влияния безынерционной по отношению к вариациям инверсионной заселенности нелинейности материального отклика активного элемента в схеме резонатора на временную структуру излучаемого светового поля. Нелинейность приводит к фазовой неустойчивости и соответствующей перенормировке фазового соотношения излучаемого поля и поляризованного отклика инвертированной среды. Это ведет к значительному повышению частоты нутационных осцилляций и изменению временного профиля интенсивности сверхизлучения. Модельные расчеты проведены для параметров микролазеров на полупроводниковых квантовых точках.

Ключевые слова: резонансная нелинейность, когерентные оптические эффекты, сверхизлучение, формализм вектора Блоха, квантоворазмерные структуры.

Для цитирования: Тимошенко, Е.В. Особенности сверхизлучения в резонаторе в условиях резонансной нелинейности материального отклика активного элемента / Е.В. Тимошенко, В.А. Юревич // Проблемы физики, математики и техники. – 2026. – № 1 (66). – С. 32–38. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2026_1_66_32. – EDN: TRXNLU

Abstract. The Maxwell – Bloch equations system has been modified to analyze the structural features of superradiance developing in pulsed laser resonators. The possibility of the influence of the inertialess nonlinearity of the material response of the active element in the resonator circuit on the temporal structure of the emitted light field with respect to population inversion variations has been taken into account. Nonlinearity leads to phase instability and corresponding renormalization of the phase relationship of the emitted field and the polarization response of the inverted medium. This leads to a significant increase in the frequency of nutation oscillations and a change in the time profile of the superradiance intensity. Model calculations have been performed for the parameters of semiconductor quantum dot microlasers.

Keywords: resonant nonlinearity, coherent optical effects, superradiance, Bloch vector formalism, quantum-dimensional structures.

For citation: Timoschenko, E.V. Features of superradiation in a resonator under conditions of resonant nonlinearity of the material response of the active element / E.V. Timoschenko, V.A. Yurevich // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2026. – № 1 (66). – P. 32–38. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2026_1_66_32 (in Russian). – EDN: TRXNLU

Введение

Проблемы совершенствования низкоразмерных источников когерентного излучения остаются актуальными для целей разработки импульсных лазеров, применяемых в линиях сверхбыстрой передачи информации или совместимых с системами нанопотоники [1]. Использование возможностей оптических когерентных эффектов для оптимизации процесса формирования сверхкоротких моноимпульсов или устойчивой контрастной серии коротких импульсов в лазерном резонаторе открывает пути оптимизации

импульсных режимов излучения [2]–[5]. Эффект сверхизлучения, способный развиваться в низкодобротных резонаторах при достижении относительно высокого уровня инверсии, представляет одно из таких явлений [5]–[7]. Когерентный эффект сверхизлучения (СИ) происходит как следствие самопроизвольной фазовой корреляции (согласования фаз или фазировки) первоначально независимых элементарных резонансных центров (РЦ), включенных в матрицу инверсионной среды. Появление фазовой корреляции объясняется двумя факторами – взаимодействием РЦ,

представляемых, например, двухуровневыми диполями, через излучаемое ими световое поле и нелинейностью осцилляторных движений электронов внутри РЦ. В лазерах с низкодобротными резонаторами скорость наведения и распада поляризованности РЦ в массиве инверсной среды может оказаться значительно меньше скорости релаксации поля в схеме резонатора [7], [8]. Квантовые когерентные эффекты в динамике поляризационного отклика массива дипольных излучателей могут сыграть существенную или даже ведущую роль в реализации тех или иных режимов генерации поля излучения и установлении корреляции РЦ, взаимодействующих посредством этого поля.

В более общем случае следует учитывать, что типичная для резонансного взаимодействия кинетика когерентного излучения сопровождается фазовой неустойчивостью: в процессе формирования излучаемого структурой дипольных излучателей поля в лазерном резонаторе происходят смещение частоты и соответствующие вариации фазового соотношения действующего на РЦ светового поля с поляризационным откликом массива. Среди причин фазовой неустойчивости можно указать влияние ближних полей диполей на положение центральной частоты резонанса усиления и нелинейную рефракцию, вызванную поглощением излучения в переходах, соседних с резонансным. Известно [9], что такой нелинейный дрейф частоты (*frequency chirp*) выступает эффективным фактором радикальных изменений в динамике импульсного излучения.

В работе, положенной в основу настоящей статьи, в рамках уравнений Максвелла – Блоха с применением формализма вектора Блоха проанализированы особенности динамики излучения импульсных лазеров в условиях когерентного взаимодействия светового поля со средой усиливающего элемента и присущей среде резонансной фазовой нелинейности. Фактически рассматриваются закономерности формирования сверхизлучения в резонаторе в условиях нелинейного смещения частоты. Принципиальным моментом, определяющим новизну работы, являлось применение представлений обобщенной двухуровневой схемы [10], которое дало возможность учета нелинейной рефракции, вызванной влиянием поглощения в квазирезонансных переходах. Наряду с типичным для плотной упаковки дипольных РЦ взаимным поляризующим влиянием их ближних полей, квазирезонансная поляризованность способна стимулировать перенормировку фазового соотношения поля и поляризованности ансамбля РЦ.

1 Постановка задачи

СИ представляет собой эффект сверхбыстрого взаимодействия излучения с веществом, когда характерная длительность действующих на

образец вещества или высвечиваемых оптических импульсов значительно меньше времени действия релаксационных механизмов в среде [11]. Испускание импульса СИ ансамблем из большого числа N возбуждённых РЦ способно развиваться в течение времени τ_R , много меньшего характерного времени излучения отдельного РЦ (времени продольной релаксации перехода T_1). Характерное время сверхизлучения τ_R зависит от вероятности резонансного перехода в канале вынужденного излучения и обратно пропорционально N . Пиковая интенсивность импульса на частоте ω , плотность энергии в котором определяется числом излучённых квантов $N\hbar\omega$, получается пропорциональной второй степени N (N^2) – в результате высвечиваемый импульс СИ оказывается особо мощным. В этом состоит основное отличие СИ от некоррелированного испускания системы возбуждённых РЦ, где характерное время спонтанного излучения порядка τ_1 , а интенсивность пропорциональна первой степени N .

СИ было экспериментально обнаружено во многих средах – газах, твёрдых телах и полупроводниках [2], [7], в том числе в экситонных конденсатах при низких температурах и системах квантовых точек (КТ) в наногетероструктурах [12]. Следует подчеркнуть, что в качестве активных элементов оптических и лазерных схем нанопотоники предпочтительны именно массивы КТ [13], [14]. Такого рода элементарными квантовыми излучателями с размером, превышающим атом, но с дискретным энергетическим спектром, в соответствующих технологиях образованы компактные регулярные структуры с относительно высокой концентрацией РЦ, в связи с чем такие материалы часто называют суперкристаллами (СК) [15]. Квантовые переходы с участием КТ характеризуются гигантскими силами осциллятора, что неизбежно приводит к сильному проявлению нелинейных оптических эффектов при умеренных уровнях интенсивности когерентного светового поля действующего в лазерной структуре из КТ, где в силу их высокой объёмной плотности может быть значимым эффект взаимного влияния ближних полей дипольных частиц. В субмикронном и нанометровом формате массивы КТ обладают сравнительно низкополюровым нелинейным откликом на поле когерентного излучения, особенно выраженным в экситонной области спектра. В используемых в оптике полупроводниковых материалах СИ происходит как коллективная спонтанная рекомбинация. Динамика компонентов отклика СК в режиме СИ определяет процесс генерации излучения в случае достижения максимальной инверсии в массиве КТ. В процессе формирования СИ фазы отдельных КТ, представляемых дипольными РЦ, спонтанно синхронизируются, в результате

чего в пределах образца формируется коллективный диполь с малым временем излучательной рекомбинации, равным времени СИ τ_R . Влиянием диполь-дипольного взаимодействия и реакцией на поле переходов, близких к основному, по мере резонансных вариаций населённости определяется фазовая динамика излучения, проявляющаяся в смещении центра линии ω_{12} и уширении спектральной линии усиления. Фазовая модуляция возникает даже при наличии отстройки частоты поля ω от центра линии ω_{12} . Такими особенностями, присущими резонансному взаимодействию, определяется дефазировка ансамбля РЦ, которая способна изменить форму и структуру импульса СИ.

Далее рассматривается влияние этих факторов нелинейной фазовой динамики на резонансную кинетику сверхизлучения в обычном допущении среднего поля по длине резонатора. Фазовыми эффектами определена возможность возникновения динамической обратной связи в резонаторе (амплитудно-фазовой связи), поэтому применительно к усиливающим элементам с квантоворазмерными эффектами следует говорить именно о автомодуляционном процессе с характерностью явления СИ. Поскольку наиболее контрастно фазовая нелинейность и её следствия проявляются именно в материалах квантоворазмерными эффектами, при расчетах динамики СИ в качестве исходных параметров модели использованы типичные характеристики лазеров на структурах КТ.

2 Основные уравнения

В использованном подходе уравнение для квазистационарной напряженности поля $E(t)$ в резонаторе аналогично, например, [16], решается совместно с уравнениями Блоха для электрических моментов дипольных РЦ. Этими квантовомеханическими уравнениями описывается динамика вероятностных переменных материального отклика – поляризованности $\rho(t)$ и инверсии заселенности уровней $n(t)$. Система уравнений Максвелла – Блоха применима для анализа динамики излучения лазеров, включающих массивы КТ (см., например, [17]). В общем случае рассматриваемого взаимодействия исходная формулируемая модель записывается так:

$$\frac{dE}{dt} + \frac{E}{T} = \frac{\omega}{\epsilon_0} P, \quad \frac{d\rho}{dt} = \frac{\mu}{\hbar} nE + i\rho\Delta\omega, \quad \frac{dn}{dt} = -\frac{\mu}{2\hbar} (\rho^* E + \rho E^*). \quad (2.1)$$

Здесь P – поляризованность массива РЦ, $T = l/c$ – время обхода светом резонатора (l – оптическая длина резонатора), μ – матричный элемент дипольного момента перехода, $\Delta\omega = \omega - \omega_{12}$ – линейная отстройка (дефект) частоты.

Для поляризованности обычно применяется представление $P = \mu N \rho$. Представления обобщённой двухуровневой схемы, обобщённые в [10], приводят к перенормировке выражения для поляризованности P , в котором учитывается поляризующее влияние излучения переходов, близких к резонансному. Квазирезонансный компонент в выражении для P пропорционален вариации инверсии с коэффициентом $\Delta\alpha$, равным дефекту поляризуемости (различию поляризуемостей РЦ на уровнях перехода):

$$P = N[\mu\rho + i2\pi\Delta\alpha\epsilon_0(n-1)E'], \quad E' = \frac{E + i\mu N\rho/3\epsilon_0}{1 + 2\pi\Delta\alpha N(n-1)/3}. \quad (2.2)$$

Диполь-дипольное взаимодействие в ансамбле РЦ определено использованием в уравнениях для материального отклика (2.1) величины действующего на РЦ поля E' , различающегося с коррелирующим полем E включением локальной поправки Лоренца.

Для поля E далее использована переменная $e(t) = \mu E(t) / \hbar$, часто именуемая частотой Раби, определен временной параметр СИ, а также введены коэффициент нелинейной рефракции β и нормирующий коэффициент в поправке Лоренца γ :

$$\tau_R = \frac{\epsilon_0 \hbar c}{\mu^2 N \omega}, \quad \beta = \frac{2\pi\Delta\alpha \hbar}{\mu^2} \epsilon_0, \quad \gamma = \frac{\mu^2 N}{3\epsilon_0 \hbar}.$$

С учетом представлений (2.2) кинетическую модель СИ можно записать в виде:

$$T \frac{de}{dt} = \frac{G}{\tau_R} [\rho + i\beta(n-1)e] - e, \quad G = [1 + \beta\gamma(n-1)]^{-1}, \quad \frac{d\rho}{dt} = Gn e + i\rho(\Delta\omega + \gamma Gn), \quad \frac{dn}{dt} = -\frac{G}{2} (\rho^* e + \rho e^*). \quad (2.3)$$

Оригинальная расчетная модель процесса СИ (2.3) образует замкнутую самосогласованную систему уравнений, в которой коррелирующее поле зависит от резонансных свойств активных центров в массиве РЦ и, в свою очередь, определяет динамику их реакции в условиях одноквантового резонанса. Для возникновения СИ среда должна быть максимально инвертирована, возможность обратимого процесса изменения заселённости при сбросе инверсии не рассматривается: изначально в уравнении для вероятности инверсной заселённости n исключены релаксационные составляющие, не учитывается также фазовая релаксация поляризованности. Последним исключается рассмотрение влияния механизмов естественного (однородного, а также неоднородного) уширения спектральной линии усиления. Поэтому нелинейную модель (2.3) в отношении

описания процесса СИ в структурах полупроводниковых КТ определенным образом можно применять для оценки динамики поля в доменных образованиях, составляющих массив СК [12].

2 Результаты моделирования эффекта СИ

Для решения задачи моделирования используем в (2.3) экспоненциальное выражение комплексных переменных:

$$e(t)T = S(t) \exp[i\phi(t)], \quad \rho(t) = R(t) \exp[i\psi(t)].$$

Система (2.3) тогда представляется в следующем виде (влияние фазовой модуляции из-за отстройки резонанса не рассматривается, т. е., что $\Delta\omega = 0$, тем самым по совпадению частот выполняется условие точного резонанса):

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \frac{G}{\tau_R} \rho \cos \varphi - \frac{S}{T}, \quad \frac{dR}{dt} = G \frac{nS}{T} \cos \varphi, \\ \frac{dn}{dt} &= -G \frac{RS}{T} \cos \varphi, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= G \left[\beta \frac{n-1}{\tau_R T} - \gamma n - \left(\frac{R}{\tau_R S} + \frac{nS}{TR} \right) \sin \varphi \right], \\ \varphi &= \phi - \psi. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Решение неавтономной задачи расчета переменных отклика R , n имеет полуаналитическое представление при любом виде нормированной амплитуды поля $S(t)$. Начальные условия обычны и соответствуют нулевому значению поляризованности $R(t=0) = 0$ при максимальном уровне инверсии, т. е. считается, что $n(t=0) = 1$. Из уравнений для отклика вытекает соотношение, представляющее собой принятый классическим закон сохранения вектора Блоха [11]: $R^2 + n^2 = 1$. Решения для материальных переменных записывают в виде функции угла поворота $\theta(t)$. С учетом использованных при формулировке (2.3) представлений решения для отклика модифицируются следующим образом:

$$\begin{aligned} R(t) &= \sin(\theta), \quad n(t) = \cos(\theta), \\ \theta(t) &= \frac{1}{1-\beta\gamma} \left[\frac{1}{T} \int_{-\infty}^t S(t) \cos \varphi dt - \beta\gamma R(t) \right]. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Величиной угла поворота $\theta(t)$ (полярного угла вектора Блоха) за время формирования импульсов СИ определяется изменение вектора Блоха в пространстве переменных $\text{Re}\rho$, $\text{Im}\rho$, n . В отличие от традиционного представления подинтегральное выражение «площади импульса» поля в выражении для угла $\theta(t)$ в решениях (3.2) зависит от фазового соотношения поля и поляризованности. Тем же фазовым соотношением определяется и эффективность усиления в схеме (3.1). В сущности, значение $\cos \theta$ выступает в качестве нелинейного форм-фактора линии усиления для условий учета динамической отстройки частоты от резонанса.

В дальнейших расчетах, имеющих целью моделирование динамики СИ, используется система (3.1) с учетом решения $n(t)$, определяемого в (3.2) величиной полярного угла вектора Блоха. Использование выражения для $R(t)$ сопряжено с очевидной сложностью, поскольку оно представляет собой трансцендентное уравнение. Рассчитывалась временная развертка нормированной величины интенсивности $I_n(t) = S^2(t)$. Схема расчета (3.1) численно интегрировалась методом Рунге – Кутты при указанных выше начальных условиях для материального отклика в предположении, что «стартовое» значение амплитуды $S(t=0)$ достаточно мало, т. е. фактически решалась задача усиления относительно слабого сигнала при условии совпадения начальных фаз поля и поляризованности ($\varphi(t=0) = 0$). Вид и характер решений (3.1) для нормированной интенсивности поля СИ при этом не зависел от избранного значения $S(t=0)$.

Для оценки масштаба явлений использованы примерные значения параметров реальных излучающих устройств на основе КТ, которые взяты из научной литературы для массивов КТ в схемах InAs / (Al)GaAs на подложках GaAs [13], [14]. Так, величина плотности КТ находилась в пределах $(1,0 \dots 5,0) \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, также предполагалось, что длина резонатора с учетом оптической длины усиливающего элемента, излучающего, в зависимости от концентрации КТ и уровня оптических потерь, была в пределах 0,3–0,4 мм. Величину дипольного момента КТ можно оценить, следуя её примерному размеру – 5...10 нм. Пиковая интенсивность импульсов соответствовала примерно 10... 100 МВт/см для диапазона длин волн $\sim (1,25 \dots 1,30) \cdot 10^{-6} \text{ м}$. Величины дефекта поляризуемости $\Delta\alpha$ соответствуют фактору Хенри, связывающему также инверсию и вариации показателя преломления в средах оптических полупроводников, по результатам его оценки в работе [17] величину $\Delta\alpha$ следует принять в пределах $(4 \dots 7) \cdot 10^{-21} \text{ см}^3$.

Решениями (3.1), (3.2) относительно $I_n(t)$, иллюстрируемыми на рисунке 3.1, в сущности, воспроизводится расчетная модель режима сверхизлучения в резонаторе. Контрастная структура квазирегулярных всплесков интенсивности, имеющей нутационную природу, указывает на квантовый характер процесса. Оптическая нутация обусловлена соответствующим вращением вектора Блоха вокруг направления коррелирующего поля и затухает по мере сброса инверсии.

В известных оценках [11], [16] основной закономерностью импульсов поля, образующих структуру СИ, является квантованная величина «площади» всплесков нормированной напряженности поля, выражаемой интегралом частоты Раби.

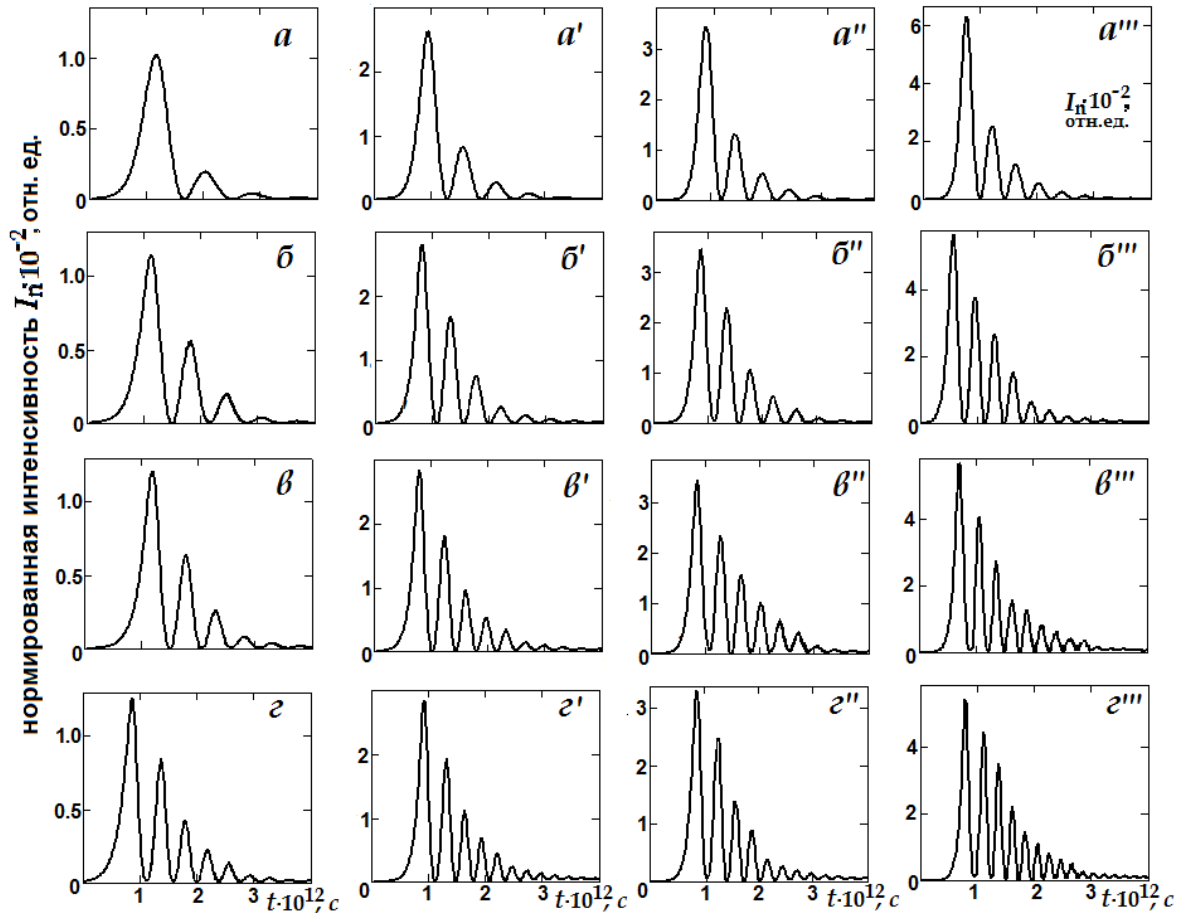


Рисунок 3.1 – Временная структура сверхизлучения на пикосекундной шкале:
 $\tau_R = 0,25$ пс ($a-z$); $0,2$ пс ($a'-z'$); $0,15$ пс ($a''-z''$); $0,1$ пс ($a'''-z'''$);
 $\beta\gamma = 0$ ($a-a'''$); $0,1$ ($b-b'''$); $0,15$ ($b-b''$); $0,2$ ($z-z'''$); $T = 1$ пс

В традиционно рассматриваемом случае полярный угол вектора Блоха (угол поворота вектора), за время излучения такого отдельного всплеска напряженности должен быть равен π . Резонансная нелинейность и обусловленная ею перенормировка фазового соотношения поля и поляризованности, судя по выражению для полярного угла вектора Блоха (3.2), указывает на иное значение «площади» импульса. Ее величина, определяющая частоту и релаксацию нутационной структуры СИ, дополнительно зависит от амплитуды поляризованности. Характерным следствием этой вариации полярного угла является предсказываемое расчетом увеличение нутационной частоты осцилляций СИ по отношению к случаю отсутствия нелинейного дрейфа частоты. Рассчитываемая кинетика процесса СИ на фрагментах рисунка 3.1 указывает, что снижение характерного времени СИ τ_R (соответственно, нарастание концентрации РЦ) обуславливает снижение периода осцилляций (иллюстрировано последовательностью фрагментов $a-z$ в вертикальных сериях). Нарастание уровня нелинейности (иллюстрировано горизонтальными сериями фрагментов $b-b'''$, $b-b''$, $z-z'''$) приводит

к резкому усложнению временной картины излучения.

Система уравнений (3.1) по аналогии с [12] может быть линеаризована вблизи стационарных значений R_S, S_S , а также

$$\sin(\varphi_S) = \left(\gamma - 2 \frac{\beta}{\tau_R T} \right) \cdot \left(\frac{1}{\tau_R} - \frac{1}{T} \right)^{-1}$$

(поскольку $n_S = -1$). Инкремент затухания в случае $\tau_R < T$ принимает комплексный характер. Его мнимая часть, выражающая частоту нутационных колебаний в линейном приближении, определяется следующим соотношением:

$$\Omega = \frac{1}{2} \left[\frac{4}{(1 - 2\beta\gamma)^2 \tau_R T} \cos^2(\varphi_S) - \frac{1}{T^2} \right]^{1/2}. \quad (3.3)$$

На рисунке 3.2 приведены рассчитанные на основе (3.3) зависимости относительного изменения нутационной частоты $m = \Omega / \Omega_0$ (Ω_0 – частота при отсутствии фазовой нелинейности) от характерного времени СИ τ_R для различных сочетаний длины резонатора (времени обхода T) и параметра нелинейности $\beta\gamma$.

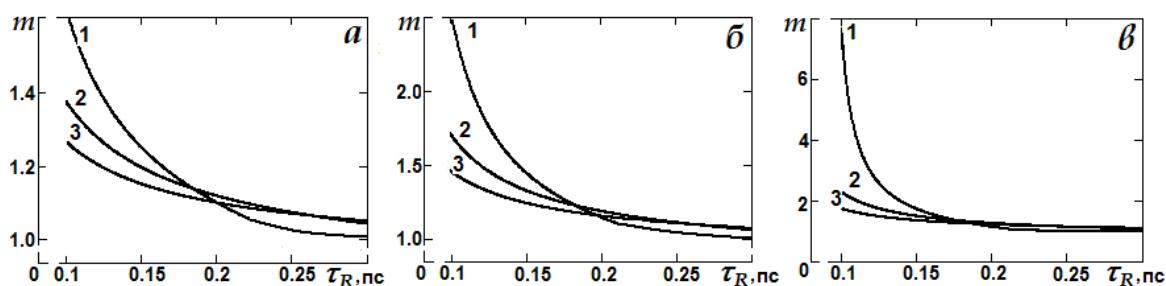


Рисунок 3.2 – Зависимость относительной частоты нутационных осцилляций в линейном приближении от параметра τ_R : $\beta\gamma = 0,1$ (а); $0,15$ (б); $0,2$ (в); $T = 1,0 \cdot 10^{-12}$ с (кривая 1); $1,0 \cdot 10^{-12}$ с (2); $1,0 \cdot 10^{-12}$ с (3)

Ход кривых $m(\tau_R)$ подтверждает один из основных выводов, который можно сделать на основе анализа результатов моделирования. С ростом различия времени релаксации поля в резонаторе и характерного времени СИ критичность нутационной структуры СИ по отношению к фазовой нелинейности, порождаемой резонансными механизмами материального отклика усиливающего элемента, может резко возрастать.

Заключение

На основе модификации известного подхода к анализу резонансного взаимодействия излучения с активным веществом, происходящего в сверхбыстром режиме, изучены закономерности протекания когерентного эффекта сверхизлучения в лазерном резонаторе. Учитывалась возможность влияния безынерционной по отношению к вариациям инверсной заселенности нелинейность материального отклика активного элемента в схеме резонатора на временную структуру излучаемого светового поля. Основным следствием взаимосвязанных механизмов нелинейности является особая фазовая неустойчивость в процессе энергообмена поля с инвертированной средой, эффективная в условиях относительно высокой плотности активных центров (диполь-дипольное взаимодействие) и поглощения в переходах, близких к основному (резонансная нелинейная рефракция).

Моделирование процесса СИ в резонаторе, совершенное на основе предложенной модели, представляющей систему кинетических уравнений для переменных поля и отклика среды, указывает на высокую критичность структуры СИ по отношению к порождаемому нелинейностью частотному дрейфу. Расчетные оценки проведены для параметров компактных лазеров на полупроводниковых квантовых точках, в которых рассматриваемые механизмы фазовой нелинейности признаны особо значимыми. В рамках формализма вектора Блоха получены уточненные решения системы уравнений для вероятностных переменных отклика среды, применимые для произвольного временного профиля

формируемого в резонаторе поля. Качественный анализ устойчивости равновесных состояний системы позволил формулировку выражения для частоты нутационных осцилляций с учетом факторов фазовой неустойчивости в линейном приближении. Результаты анализа особенностей динамики СИ в резонаторе будут полезны для целей оптимизации компактных импульсных источников когерентного излучения, используемых, например, в устройствах нанофотоники, в отношении профилирования высвечиваемых импульсов, управления характеристиками временной структурой излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Wu, K.* Pulse Generation and Compression Techniques for Microwave Electronics and Ultrafast Systems / K. Wu, M. Rahman // *Electromagn. Science.* – 2023. – Vol. 1, № 1. – P. 0010131–1–24.
2. *Васильев, П.П.* Фемтосекундное сверхизлучение в полупроводниковых лазерах: аномальная внутренняя генерация второй гармоники / П.П. Васильев, А.Н. Путилин, А.Б. Сергеев // *Квантовая электроника.* – 2016. – Т. 46, № 10. – С. 888–890.
3. *Vasil'ev, P.P.* Pulse generation with ultra-superluminal pulse propagation in semiconductor heterostructures by superradiant-phase transition enhanced by transient coherent population gratings / P.P. Vasil'ev, R.V. Penty, I.H. White // *Light: Science and Applications.* – 2016. – Vol. 5. – e16086. – DOI: 10.1038/lsa.2016.86
4. *Синхронизация мод в титан-сапфировом лазере за счет когерентного поглотителя* / М.В. Архипов, Р.М. Архипов, А.А. Шимко, И.В. Бабушкин, Н.Н. Розанов // *Письма в ЖЭТФ.* – 2019. – Т. 109, вып. 10. – С. 657–661.
5. *Параметрический эффект в сверхизлучающем лазере с самосинхронизацией мод* / Вл.В. Кочаровский, А.В. Мишин, А.Ф. Селезнев, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский // *ТМФ.* – 2020. – Т. 203, № 1. – С. 56–77. – DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9831>
6. *Сверхизлучение: принципы генерации и реализация в лазерах* / В.В. Кочаровский,

В.В. Железняков, Е.Р. Кочаровская, Вл.В. Кочаровский // УФН. – 2017. – Т. 187, вып. 4. – С. 367–410.

7. Динамика сверхизлучающих сред в резонаторе / А.М. Башаров, Г.Г. Григорьян, Н.В. Знаменский, Ю.В. Орлов, А.Ю. Шашков, Т.Г. Юккина // Квантовая электроника. – 2009. – Т. 39, № 3. – С. 251–255.

8. Существование когерентных импульсов сверхизлучательных и квазистационарных мод в лазере с низкодобротным резонатором / Е.Р. Кочаровская, А.В. Мишин, А.Ф. Селезнев, В.В. Кочаровский, Вл.В. Кочаровский // Известия ВУЗов. Радиофизика. – 2020. – Т. 63, № 11. – С. 985–1008.

9. Wilson, M. Half of Nobel prize in physics honors the inventors of chirped pulse amplification / M. Wilson // Physics Today. – 2018. – Vol. 71, № 12. – P. 18–21.

10. Апанасевич, П.А. Основы теории взаимодействия света с веществом / П.А. Апанасевич. – Минск: Наука і тэхніка, 1977. – 496 с.

11. Андреев, А.В. Динамика сверхизлучения в резонаторе / А.В. Андреев // Квантовая электроника. – 1993. – Т. 20, № 6. – С. 581–585.

12. Формирование сверхизлучения в наногетероструктурах с квантовыми точками / А.В. Савельев, Л.Я. Карачинский, И.И. Новиков, Н.Ю. Гордеев, Р.П. Сейсян, Г.Г. Зегря // ФТП. – 2008. – Т. 42, вып. 6. – С. 730–735.

13. Light Emitting Devices Based on Quantum Well-Dots / M.V. Maximov, A.M. Nadtochiy, S.A. Mintairov, N.A. Kalyuzhnyu, N.V. Kryzhanovskaya,

E.I. Moiseev, N.Yu. Gordeev, Yu.M. Shernyakov, A.S. Payusov, F.I. Zubov, V.N. Nevedomskiy, S.S. Roudimov, A.E. Zhukov // Appl. Sci. – 2020. – Vol. 10. – P. 1038–1–27.

14. Fast switching between the ground- and excited-state lasing in a quantum-dot microdisk triggered by sub-ps pulses / A.E. Zhukov, A.M. Nadtochiy, A. Karaborchev, N. Fominykh, I. Makhov, K. Ivanov, Yu. Guseva, M. Kulagina, S. Blokhin, N.V. Kryzhanovskaya // Opt. Letters. – 2024. – Vol. 49, № 2. – P. 330–333.

15. Quantum-dot supercrystals for future nanophotonics / A.S. Baimuratov [et al.] // Scientific Reports 3. – 2013. – № 1727. – P. 1–9.

16. Ханнин, Я.И. Лекции по квантовой радиофизике / Я.И. Ханнин. – Н. Новгород: ИПФ, 2005. – 223 с.

17. Suppressing spatio-temporal lasing instabilities with wavechaotic microcavities / S. Bittner [et al.] // Science. – 2018. – Vol. 361. – P. 1225–1230.

18. Theory of the linewidth of semiconductor lasers / C.H. Henry // IEEE J. Quant. Electron. – 1982. – Vol. 18, № 2. – P. 259–264.

Поступила в редакцию 28.07.2025.

Информация об авторах

Тимощенко Елена Валерьевна – к.ф.-м.н., доцент

Юревич Владимир Антонович – д.ф.-м.н., профессор