

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЛЕКСА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ДЕГЕНЕРАТИВНО-ДИСТРОФИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЙ ПОЯСНИЧНОГО ОТДЕЛА ПОЗВОНОЧНИКА

Е.М. Борчик¹, Д.А. Якимов², А.Ю. Влагова³, О.М. Демиденко⁴, М.В. Алексейков¹

¹Белорусско-Российский университет

²Могилевская областная клиническая больница

³Финансовый университет при Правительстве РФ

⁴Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины

APPLICATION OF A SET OF MATHEMATICAL METHODS FOR THE DIAGNOSIS OF DEGENERATIVE-DYSTROPHIC CHANGES IN THE LUMBAR SPINE

K.M. Borchyk¹, D.A. Yakimov², A.Yu. Vladova³, O.M. Demidenko⁴, M.V. Alekseykov¹

¹Belarusian-Russian University

²Mogilev Regional Clinical Hospital

³Financial University under the Government of Russian Federation

⁴Francisk Skorina Gomel State University

Аннотация. Рассматривается постановка диагноза «остеохондроз» поясничного отдела на основании измерения межпозвонковых расстояний на рентгеновских снимках в поясничном отделе. Для более точной диагностики и автоматизации предлагается комплекс методов математического анализа данных, позволяющих во множестве снимков пациентов и соответствующих измерений межпозвонковых расстояний отделить здоровых пациентов, заболевших и пограничные случаи заболевания.

Ключевые слова: поясничный отдел позвоночника, диагностика остеохондроза, многомерные данные, кластерный анализ, нейрон «возрастания», обработка экспериментальных данных.

Для цитирования: Применение комплекса математических методов для диагностики дегенеративно-дистрофических изменений поясничного отдела позвоночника / Е.М. Борчик, Д.А. Якимов, А.Ю. Влагова, О.М. Демиденко, М.В. Алексейков // Проблемы физики, математики и техники. – 2025. – № 4 (65). – С. 108–114. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2025_4_65_108. – EDN: CIFUJF

Abstract. The diagnosis of lumbar osteochondrosis based on measurement of intervertebral distances on lumbar x-rays is reviewed. For more accurate diagnosis and automation, a set of methods of mathematical data analysis is proposed, allowing to separate healthy patients, diseased patients and borderline cases of the disease in a set of patient images and corresponding measurements of intervertebral distances.

Keywords: lumbar spine, diagnosis of osteochondrosis, multivariate data, cluster analysis, ascending neuron, experimental data processing.

For citation: Application of a set of mathematical methods for the diagnosis of degenerative-dystrophic changes in the lumbar spine / K.M. Borchyk, D.A. Yakimov, A.Yu. Vladova, O.M. Demidenko, M.V. Alekseykov // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2025. – № 4 (65). – P. 108–114. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2025_4_65_108 (in Russian). – EDN: CIFUJF

Введение

Точный анализ и правильная обработка результатов рентгенологических исследований позволяют эффективно выделять патологические состояния и процессы. Проблему повышения качества диагностирования требуется решать на всех этапах распознавания изображений: сегментации, выделении и анализе объектов, параметрическом описании, классификации [1]. Форму позвоночника определяют множество характеристик, таких как наличие или отсутствие отклонения

позвоночного столба или его отделов вперед или назад относительно положения вертикальной линии, а также степень выраженности естественных существующих изгибов. Большое количество параметров, требуемых для объективной оценки состояния позвоночника, делает процесс их вычисления очень трудоемким [2].

Вопросы повышения эффективности принятия решений о диагностике и лечении различных заболеваний с применением информационных систем решаются на основе табличных методов

формализации алгоритмов принятия решения, методов логического проектирования, а также нейросетевых методов обработки изображений и машинного обучения [3]–[6]. Однако все существующие средства автоматизации диагностики имеют узкую специализацию и не могут применяться для оценки состояния позвоночника без существенной модификации.

Несмотря на все более широкое использование компьютерной томографии (КТ) и магнитно-резонансной томографии (МРТ) при изучении заболеваний позвоночника, рентгенография по-прежнему играет важную роль при многих заболеваниях, поражающих позвоночник. Разработаны показания к рентгенографии при различных патологических состояниях, которые поражают позвоночник, включая врожденные, травматические, дегенеративные, воспалительные, инфекционные и опухолевые заболевания [7]. Для построения моделей радиомики (извлечение количественных характеристик из медицинских изображений) использовались алгоритмы логистической регрессии, алгоритмы машинного обучения для классификации и регрессии, и др. [8]. Для уменьшения размерности данных и выделения признаков была применена многомерная логистическая регрессия при построении комбинированной клинко-радиомической модели, включающей радиомикроскопические признаки и клинические характеристики [9].

1 Материалы и методы

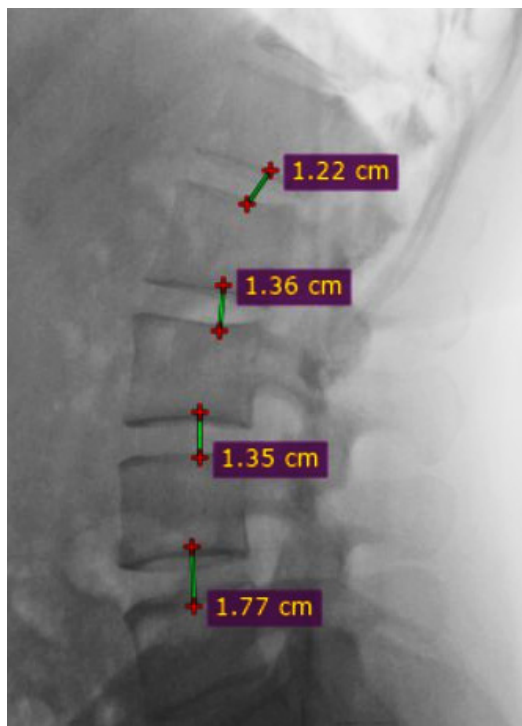


Рисунок 1.1 – Измерение расстояний между 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4, 4 и 5 позвонками

В настоящей работе рассматривается комплексное применение методов кластерного анализа и нейросетевой модели в процессе постановки диагноза «остеохондроз» поясничного отдела на основании измерения расстояний на рентгеновских снимках между 1 и 2 позвонком, 2 и 3, 3 и 4, 4 и 5 в поясничном отделе. Далее для краткости расстояние между 1 и 2 позвонком обозначим «1 позвонок», между 2 и 3 – «2 позвонок», между 3 и 4 – «3 позвонок», между 4 и 5 – «4 позвонок». При постановке диагноза эксперт-диагност руководствуется наличием последовательного возрастания расстояний между рассматриваемыми позвонками поясничного отдела.

В результате работы рентген-кабинета накоплено определенное количество снимков, по каждому из которых измерены расстояния «1 позвонок», ..., «4 позвонок» (рисунок 1.1), известны диагнозы пациентов.

Для формирования групп пациентов со сходными признаками заболевания или их отсутствием применены методы кластерного анализа многомерных данных.

2 Анализ методов кластеризации

Описание методов кластеризации данных достаточно широко отражено в различных источниках [10]–[13]. Большинство алгоритмов, при всём их разнообразии, основано на гипотезе компактности, состоящей в том, что объекты одного класса по результатам измерений близко расположены по отношению друг к другу, а объекты разных классов заметно различаются между собой.

Методы разбиения множеств на кластеры можно разделить на иерархические (подразделяют на агломеративные: Tree Clustering, CURE, SACTUS и дивизимные: Смита Макнаотона и Кауфмана – Роузеува) и неиерархические (подразделяют на сравнение по статистикам: EM (Expectation Maximization, Scalable EM и сравнение по расстоянию, которые в свою очередь разделяют на сравнение по расстоянию до центра кластера: семейство K-Means и на сравнение по расстоянию между образцами: Fuzzy Relation Clustering)). Семейство K-Means в свою очередь подразделяют на числовые: K-Means (Hard C-Means), Scalable K-Means, Fuzzy C-Means, Гюстафсона-Кесселя; категорийные: K-Modes; смешанные: K-prototypes. Для исследования отобраны методы кластеризации Fuzzy Relation Clustering, Tree Clustering, Fuzzy C-Means, EM (Expectation Maximization), Смита Макнаотона, которые являются представителями основных видов методов кластеризации для разделения множества исследуемых данных.

Метод нечеткого кластерного анализа Fuzzy Relation Clustering (FRC) имеет следующие особенности: не требует охвата каждого кластера отдельным выпуклым множеством, т. е.

не накладывает ограничения на геометрическую форму кластеров.

Метод нечеткого кластерного анализа Fuzzy C-Means является представителем семейства не-иерархических методов кластерного анализа группы K-Means и, следовательно, накладывает ограничения на геометрию кластеров, требуя охвата каждого кластера отдельным выпуклым множеством. Трудоемкость метода меньше трудоемкости метода нечеткого кластерного анализа Fuzzy Relation Clustering (FRC) и, следовательно, скорость работы Fuzzy C-Means превысит скорость работы FRC на больших объемах данных.

Метод кластерного анализа Tree Clustering является представителем группы иерархических агломеративных методов. Скорость работы метода по сравнению с Fuzzy C-Means и FRC более выигрышна, точность работы метода сравнима с Fuzzy Relation Clustering.

Метод ожидания-максимизации EM – это неиерархический алгоритм кластеризации, основанный на статистических методах, который предполагает, что данные можно представить как линейную комбинацию многомерных нормальных распределений. Преимущества EM-алгоритма включают эффективную обработку больших данных, устойчивость к шумам и пропускам, возможность создания заданного числа кластеров и быструю сходимость при удачной инициализации.

Алгоритм максимального локального расстояния, предложенный британским ученым Смитом Макнаотомом, рассматривает каждый объект как отдельный кластер. Объекты объединяются в один кластер, если максимальное локальное расстояние между кластерами минимально. Алгоритм основан на подходе, который минимизирует максимальное расстояние между объектами разных кластеров, обеспечивая формирование групп на основе наименьшего максимального расстояния между элементами. Преимущества алгоритма включают возможность обрабатывать разнородные данные, минимизировать межкластерные расстояния и обеспечивать более компактные кластеры в сравнении с другими методами кластеризации.

3 Постановка задачи кластеризации

Предлагается комплексное применение $L, L \geq 3$ методов кластерного анализа, позволяющее учесть и обобщить достоинства выбранных методов.

На вход каждого из выбранных методов кластерного анализа подаются многомерные данные (вектора действительных чисел – данные пациентов, количественные данные) вида

$$X = \{x_i \mid x_i \in R^n, i = 1, \dots, m\}, m \geq 3 \quad (3.1)$$

и также качественные данные – информация о пациентах (шифровки, означающие наименование,

код пациента), управляющие параметры методов. Например, необходимым параметром методов кластерного анализа группы K-Means является параметр k – количество кластеров (задаваемое исследователем-экспертом), которое необходимо построить в результате кластеризации. Для более точной идентификации кластеров предлагается указание контрольных точек (КТ) кластеров (задаваемое исследователем-экспертом).

В результате разбиения множества X на кластеры каждый метод кластерного анализа ставит в соответствие номерам $i = 1, \dots, m$ элементов x_i соответствующие им номера кластеров $K_j, j = 1, \dots, k$, где k – количество построенных кластеров. В идеальном случае результаты работы всех методов кластерного анализа совпадают.

4 Решение задачи комплексной кластеризации в общем виде

Утверждение 1. Результат кластеризации многомерного множества X для каждого из методов кластеризации M_1, M_2, \dots, M_L может быть представлен в виде матрицы вероятностей принадлежности объектов $b_r \in B, r = 1, \dots, |B|$ определенным кластерам:

$$P_l = \|p_{lrj}\|, p_{lrj} \in [0, 1], l = 1, \dots, L, j = 1, \dots, k_l. \quad (4.1)$$

Определение 1. Объект $b_r \in B$ является элементом определённого кластера $K_j, j = 1, \dots, k$ тогда и только тогда, когда он отнесен к данному кластеру, по крайней мере, L^* из L выбранных методов кластерного анализа, причём $LE < L^* \leq L, L \geq 3$, пороговое значение LE определяется экспертом.

Утверждение 2. Пусть P_1, P_2, \dots, P_L – матрицы вида (4.1) вероятностей принадлежности объектов $b_r \in B, r = 1, \dots, |B|$ определенным кластерам $K_j, j = 1, \dots, k$, согласно методам кластеризации M_1, M_2, \dots, M_L соответственно.

Методика определения кластеров объектов состоит из нескольких этапов.

Этап 1. Кластеризация множества X методами $M_l, l = 1, \dots, L$. Интерпретация результатов кластеризации; подготовка к этапу обобщения.

Этап 2. Обобщение результатов кластеризации. Определение кластеров объектов.

Пусть Экспертом заданы следующие дополнительные начальные условия кластеризации $X \subset R^n$:

1) ψ – предполагаемое количество кластеров $K_j, j = 1, \dots, \psi$;

2) Y – множество контрольных точек кластеров:

$$Y = \{y_j \mid y_j \in R^n, j = 1, \dots, \gamma\}, Y \subset X, \gamma \geq \psi. \quad (4.2)$$

Обозначим через P_E – (эталонную, согласно оценке Эксперта) матрицу вероятностей принадлежности контрольных точек (КТ) – начальное условие кластеризации, определённое экспертом; P_T – (тестируемую) матрицу вероятностей принадлежности элементов множества X , соответствующих КТ, построенную по результатам кластеризации X методом M_I .

Определение 2. Перестановкой из элементов конечного множества I называется всякое упорядочивание элементов этого множества. Обозначим через $P_T(I_t)$ матрицы, образованные из матрицы P_T перестановками I_t её столбцов $j = 1, \dots, k$:

$$\begin{aligned} P_T(I_0) &= P_T, \quad P_T(I_1), \dots, P_T(I_t), \quad t = 0, \dots, k!-1, \\ I_0 &= (1, 2, \dots, k), \quad I_1 = (2, 1, \dots, k), \\ I_t, \quad t &= 0, \dots, k!-1, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где t – номер выполненной перестановки I_t столбцов матрицы P_T , с целью задания порядка их следования, общее количество возможных перестановок k столбцов матрицы P_T составляет $k!$.

Могут рассматриваться перестановки только тех столбцов матрицы P_T , которые не совпадают со столбцами P_E .

Определение 3. Для матричных пар $(P_T(I_t), P_E)$, $t = 0, k!-1$, определяется метрика вида:

$$\rho(P_T(I_t), P_E) = \sum_{r=1}^{|B|} \sum_{j=1}^k \min(p_{Trj}(I_t), p_{Erj}), \quad t = 0, k!-1, \quad (4.4)$$

где $p_{Trj}(I_t)$ – элементы матрицы $P_T(I_t)$ со столбцами j , следующими в порядке, соответствующем произведённой перестановке I_t столбцов матрицы P_T , p_{Erj} – элементы матрицы P_E .

Метрика $\rho(P_T(I_t), P_E) \geq 0$ позволяет определить меру совпадения элементов соответствующих матриц. Значение ρ прямо пропорционально количеству общих элементов $x_i \in X$ в кластерах матричной пары.

Утверждение 3. Перестановка I^* столбцов матрицы P_T по отношению к матрице P_E оптимальна тогда и только тогда, когда выполняется условие

$$\begin{aligned} \rho(P_T(I^*), P_E) &= \\ &= \max \{ \rho(P_T(I_t), P_E) \mid t = 0, \dots, k!-1 \}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

где ρ – метрика вида (4.4).

Возвращаясь к прежним обозначениям, результат упорядочивания столбцов P_T относительно эталонной матрицы P_E

$$P_T = P_T(I^*). \quad (4.6)$$

На практике методы кластерного анализа могут применяться в следующей последовательности:

Шаг 1. Метод Tree Clustering строит дендрограмму, по которой Эксперт определяет необходимое количество кластеров k и их элементы, разрезая дендрограмму на определенном уровне α , $0 \leq \alpha \leq 1$ (экспериментально изменяя уровень α до получения необходимого количества кластеров). Определяются элементы кластеров.

Шаг 2. Метод Fuzzy C-Means строит k кластеров, определяются их элементы.

Шаг 3. Применяется метод кластерного анализа Fuzzy Relation Clustering (FRC), в котором экспериментально изменяется уровень α , $0 \leq \alpha \leq 1$ до получения необходимого количества кластеров.

Шаг 4. Если результаты работы первых трех методов эквивалентны, процесс кластеризации завершается. Иначе – применяются последовательно методы кластеризации Expectation Maximization (EM) и Кауфмана – Роузеува.

Утверждение 4. Объект $b_r \in B$, $r = 1, \dots, |B|$ принадлежит кластеру K_{j_0} , $j_0 \in \{1, \dots, k\}$ тогда и только тогда, когда вероятность принадлежности объекта кластеру в r -й строке j обобщённой матрицы P максимальна.

Методы кластерного анализа присваивают номера построенным кластерам в произвольном порядке. Для более информативного описания кластеров и возможности присваивания им некоторых характеристик предлагается проведение качественного анализа для определения элементов, вошедших в данные кластеры, их особенностей и причину включения в кластер.

5 Определение оценочных характеристик для кластеров

Предложена математическая модель определения возрастания расстояний между позвонками – нейрон «возрастания» (перцептрон) с выходом Y :

$$Y = z_1 w_1 + z_2 w_2 + z_3 w_3 + z_4 w_4, \quad (5.1)$$

где входные значения z_i , $i = 1, \dots, 4$ – не отрицательные действительные числа – расстояния (математические ожидания расстояний, полученных по четырем позвонкам) между 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4, 4 и 5 позвонками; w_i , $i = 1, \dots, 4$ – весовые нагрузки нейрона (веса синапсов), соответственно $w_1 = -6$, $w_2 = 1$, $w_3 = 2$, $w_4 = 3$. Если значения z_i , $i = 1, \dots, 4$ возрастают (или, по крайней мере, не убывают), выход Y нейрона будет положительным. В противном случае, выход Y будет отрицательным.

В таблице 5.1 приведен пример определения наличия возрастания расстояний между позвонками.

Таблица 5.1 – Определение наличия возрастания расстояний между позвонками

№	z_1	z_2	z_3	z_4	Y	Пороговое значение	Классификация
1	1	1	1	1	0	$Y_1 = 0$	Расстояния постоянны
2	1	2	3	4	14	$Y_2 > 0$	Возрастание расстояний
3	5	4	3	2	-18	$Y_3 < 0$	Убывание расстояний

Ниже определяются выходные значения Y при входных (z_1, z_2, z_3, z_4) .

Случай 1: $(z_1, z_2, z_3, z_4) = (1, 1, 1, 1)$,

$$Y_1 = -6 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 0.$$

Классификация: $Y_1 = 0$, значения z_1, z_2, z_3, z_4 постоянны – не убывают.

Случай 2: $(z_1, z_2, z_3, z_4) = (1, 2, 3, 4)$,

$$Y_2 = -6 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 14.$$

Классификация: $Y_2 > 0$, имеет место возрастание значений z_1, z_2, z_3, z_4 .

Случай 3: $(z_1, z_2, z_3, z_4) = (5, 4, 3, 2)$,

$$Y_3 = -6 \cdot 5 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = -18.$$

Классификация: $Y_3 < 0$ – отрицательное значение, убывание значений z_1, z_2, z_3, z_4 .

6 Классификация остеохондроза

В таблице 6.1 приведены нормированные значения (определены относительно максимального расстояния в исследуемой выборке) расстояний между 1 и 2 позвонком (1 позвонком, z_1), ...,

4 и 5 позвонком (4 позвонком, z_4) для 10 пациентов a_1, \dots, a_{10} . Известны диагнозы пациентов Д1 – условно здоров, Д2 – патология (остеохондроз поясничного отдела позвоночника), Д3 – пограничные состояния относительно диагноза остеохондроз.

По результатам кластерного анализа с применением комплекса из $L = 5$ методов определены кластеры (таблица 6.2), сгруппировавшие пациентов с близкими показателями расстояний (z_1, z_2, z_3, z_4) относительно диагноза остеохондроз, значения метрик нейрон (5.1) возрастания и Евклидовой метрики.

Ниже определяются выходные значения Y (5.1) при входных (z_1, z_2, z_3, z_4) .

Случай 4: Входные (нормированные) значения (z_1, z_2, z_3, z_4) – элемент (пациент) a_7 (кластер 1) – имеет место возрастание после 1 позвонка, убывание после 2 позвонка, возрастание после 3 позвонка:

$$(z_1, z_2, z_3, z_4) = (0,729; 0,928; 0,624; 0,635);$$

$$Y_4 = -6 \cdot 0,729 + 1 \cdot 0,928 + 2 \cdot 0,624 + 3 \cdot 0,635 = -0,293.$$

Классификация: Отрицательное значение Y нейрона (5.1), убывание значений z_1, z_2, z_3, z_4 – наличие патологии (остеохондроз крестцового отдела позвоночника, поскольку в кластере присутствует элемент a_7 с диагнозом Д2).

Случай 5: Входные (нормированные) значения (z_1, z_2, z_3, z_4) – кластер 2 с элементами a_6, a_9, a_{10} – (имеет место возрастание после 1, 2 позвонков, убывание после 3 позвонка):

$$(z_1, z_2, z_3, z_4) = (0,799; 0,838; 0,936; 0,915);$$

$$Y_5 = 0,659.$$

Таблица 6.1 – Элементы исследуемой выборки

Элементы выборки	Диагноз	1 позвонком, расстояния (z_1)	2 позвонком, расстояния (z_2)	3 позвонком, расстояния (z_3)	4 позвонком, расстояния (z_4)
a_1	Д3	0,680	0,735	0,912	0,691
a_2	Д3	0,552	0,580	0,680	0,630
a_3	Д3	0,613	0,663	0,862	0,729
a_4	Д3	0,597	0,564	0,586	0,807
a_5	Д3	0,569	0,680	0,762	0,580
a_6	Д3	0,669	0,735	0,890	0,917
a_7	Д2	0,729	0,928	0,624	0,635
a_8	Д3	0,586	0,613	0,724	0,895
a_9	Д1	0,807	0,829	0,917	0,978
a_{10}	Д3	0,923	0,950	1,000	0,851

Таблица 6.2 – Определение центров кластеров

Элементы выборки	z_1	z_2	z_3	z_4	Нейрон, Y	Евклидова метрика	Кластер	Патология
a_7	0,729	0,928	0,624	0,635	-0,293<0	1,479→min	1	+
a_6, a_9, a_{10}	0,799	0,838	0,936	0,915	0,659>0	1,748→max	2	-
a_1-a_5, a_8	0,599	0,639	0,754	0,722	0,716>0	1,363	3	±

Таблица 6.3 – Кластеры, построенные согласно диагнозам Д1, Д2, Д3

Элементы выборки	z_1	z_2	z_3	z_4	Нейрон, Y	Евклидова метрика	Кластер
a_7	0,729	0,928	0,624	0,635	-0,293	1,479→min	1
a_9	0,807	0,829	0,917	0,978	0,757	1,771→max	2
a_1-a_6, a_8, a_{10}	0,648	0,690	0,802	0,762	0,690	1,456	3

Классификация: Положительное значение Y нейрона (5.1), возрастание значений z_1, z_2, z_3, z_4 – отсутствие патологии, поскольку в кластере присутствует элемент a_9 с диагнозом Д1.

Случай 6: Входные (нормированные) значения (z_1, z_2, z_3, z_4) – кластер 3 с элементами a_1-a_5, a_8 (имеет место возрастание после 1, 2 позвонков, убывание после 3 позвонка):

$$(z_1, z_2, z_3, z_4) = (0,599; 0,639; 0,754; 0,722);$$

$$Y_6 = 0,716.$$

Классификация: Положительное значение Y нейрона (5.1), возрастание значений z_1, z_2, z_3, z_4 – пограничная ситуация относительно наличия либо отсутствия патологии, поскольку в кластере не присутствуют элементы a_9, a_7 . Все пациенты кластера 3 имеют диагноз Д3.

В таблице 6.3 приведены кластеры (сгруппированы пациенты), построенные согласно диагностики врачом.

Кластер 1 (элемент a_7) в таблицах 6.2 и 6.3 совпадает, $Y_4 = -0,293$.

Кластер 2: Входные (нормированные) значения (z_1, z_2, z_3, z_4) – элемент a_9 , имеет место возрастание расстояний z_1, z_2, z_3, z_4 :

$$(z_1, z_2, z_3, z_4) = (0,807; 0,829; 0,917; 0,978);$$

$$Y_7 = 0,757.$$

Классификация: Положительное значение Y нейрона (5.1), возрастание значений z_1, z_2, z_3, z_4 .

Кластер 3: Входные (нормированные) значения (z_1, z_2, z_3, z_4) – элементы a_1-a_6, a_8, a_{10} (имеет место возрастание после 1 – 3 позвонков):

$$(z_1, z_2, z_3, z_4) = (0,648; 0,690; 0,802; 0,762),$$

$$Y_8 = 0,690.$$

Классификация: Положительное значение Y нейрона (5.1), возрастание значений z_1, z_2, z_3, z_4 .

В таблице 6.4 представлены результаты диагностики поликлиникой.

Таблица 6.4 – Диагнозы пациентов a_7, a_9 (контрольные точки кластеров)

Нейрон, Y	Классификация, элемент	Заключение поликлиники по пациентам
$Y_4 = -0,293 < 0$	Убывание расстояний, (патология), a_7	R-признаки межпозвонкового остеохондроза II степени
$Y_7 = 0,757 > 0$	Возрастание Расстояний (отсутствие патологии), a_9	Минимальные признаки межпозвонкового остеохондроза поясничного отдела позвоночника

Диагностика методами кластерного анализа (реальный случай): Y_4 (Кластер 1, патология) $< Y_5$ (Кластер 2, отсутствие патологии) $< Y_6$ (Кластер 1, пограничное состояние).

Диагностика врача поликлиники (идеальный случай): Y_4 (Кластер 1, патология) $< Y_8$ (Кластер 1, пограничное состояние) $< Y_7$ (Кластер 3, отсутствие патологии).

Оценка погрешности диагностики представлена в таблице 6.5.

Погрешности (отклонения) между оценкой Эксперта и оценкой комплекса методов кластерного анализа вычислены посредством использования Евклидовой метрики – стандартной метрики для пространства R^n , применяемой для вычисления расстояний между n -ками координат соответствующих векторов.

Таблица 6.5 – Погрешности (отклонения) между оценками Эксперта и комплекса методов кластерного анализа

Кластер	Оценка	Элементы выборки	Нейрон, Y	Евклидова метрика	Погрешность оценки, %
2	Эксперт	a_9	0,757	1,771	10
	Кластерный анализ	a_6, a_9, a_{10}	0,659	1,748	
3	Эксперт	a_1-a_6, a_8, a_{10}	0,690	1,456	10
	Кластерный анализ	a_1-a_5, a_8	0,716	1,363	
1	Эксперт	a_7	-0,293	1,479	0
	Кластерный анализ				

Так для кластера 2 и кластера 3 погрешности составили 10%:

$$\sqrt{(0,757-0,659)^2 + (1,771-1,748)^2} \approx 0,1;$$

$$\sqrt{(0,690-0,716)^2 + (1,456-1,363)^2} \approx 0,1.$$

Для кластера 1 погрешность между результатами диагностирования составила 0%.

Замечание (классификация по сортировке значений выходов): можно использовать несколько нейронов возрастания, подобных нейрону (5.1) (например, по 2 нейрона для каждой пары позвонков) для более точного анализа. Сортировка значений выходов этих нейронов может более точно определить наличие остеохондроза.

Заключение

Таким образом, в комплексе с методами кластерного анализа модель нейрона «возрастания» позволяет диагностировать остеохондроз с погрешностью до 10% по сравнению с оценкой и постановкой диагноза Экспертом.

Нейрон «возрастания» с четырьмя входами может быть использован для индикации возрастания значений на входе, что может быть полезно для выявления соответствующих тенденций. Однако для точного определения остеохондроза требуется более сложная модель, учитывающая множество факторов и контекст.

В качестве дополнительного этапа анализа исследуемых исходных данных может быть предложено применение кластерного и корреляционного анализа данных на основании расстояний между позвонками и метрик, построенных для каждого пациента на основании нейрона «возрастания».

ЛИТЕРАТУРА

1. Козарь, Р.В. Методы распознавания медицинских изображений в задачах компьютерной диагностики / Р.В. Козарь, А.А. Навроцкий, А.Б. Гуринович // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2020. – № 3 (120). – С. 116–121.
2. Курочка, К.С. Локализация позвонков человека на рентгеновских изображениях с использованием Darknet YOLO / К.С. Курочка, Т.В. Лучшева, К.А. Панарин // Доклады БГУИР. – 2018. – № 3. – С. 32–38.
3. Knowledge distillation on individual vertebrae segmentation exploiting 3D U-Net / L. Serrador, F.P. Villani, S. Moccia, C.P. Santos // Computerized Medical Imaging and Graphics. – 2024. – № 1. – P. 1–11. – DOI: 10.1016/j.compmedimag.2024.102350.
4. Масалитина, Н.Н. Математическая модель принятия решений при лечении остеохондроза поясничного отдела позвоночника / Н.Н. Масалитина, К.С. Курочка, Е.Л. Цитко // Информатика. – 2019. – № 1. – С. 24–35.

5. Моделирование дегенеративно-дистрофических изменений межпозвонкового диска в эксперименте на поясничном отделе позвоночника / О.А. Гольдберг, А.П. Животенко, В.А. Сорокиных, З.В. Кошкарёва // ACTA BIOMEDICA SCIENTIFICA. – 2019. – № 4. – С. 137–142. – DOI: 10.29413/ABS.2019-4.6.22.

6. Оценка качества работы искусственного интеллекта в выявлении дегенеративных заболеваний пояснично-крестцового отдела позвоночника / Н.В. Нуднов, А.В. Коробов, А.А. Скачков, Т.В. Кульнева, В.В. Шерстобоев, Л.А. Титова [и др.] // Вестник рентгенологии и радиологии. – 2024. – № 1. – С. 20–28. – DOI: 10.20862/0042-4676-2024-105-1-20-28.

7. The role of radiography in the study of spinal disorders / F.R. Santiago, A.J.L. Ramos-Bossini, Y.X.J. Wang, D.L. Zúñiga // Quantitative Imaging in Medicine and Surgery. – 2020. – № 10. – P. 2322–2355. – DOI:10.21037/qims-20-1014.

8. A diagnostic approach integrated multimodal radiomics with machine learning models based on lumbar spine CT and X-ray for osteoporosis / L. Cheng, F. Cai, M. Xu, J. Liao, Sh. Zong // Journal of Bone and Mineral Metabolism. – 2023. – № 41. – С. 877–889. – DOI: 10.1007/s00774-023-01469-0.

9. Development and validation of a machine learning-derived radiomics model for diagnosis of osteoporosis and osteopenia using quantitative computed tomography / Q. Xie, Y. Chen, Y. Hu, F. Zeng, P. Wang, L. Xu [et al.] // BMC Medical Imaging. – 2022. – № 1. – P. 140–148. – DOI: 10.1186/s12880-022-00868-5.

10. Методы и модели анализа данных: OLAP и Data Mining / А.А. Барсегян, М.С. Куприянов, В.В. Степаненко, И.И. Холод. – СПб.: БХВ – Петербург. – 2004. – 336 с.

11. Якимов, А.И. О совместном использовании методов кластерного анализа многомерных данных / А.И. Якимов, Е.М. Борчик, В.В. Башаримов // Доклады БГУИР. – 2011. – № 5. – С. 95–102.

12. Elkan, C. Using the triangle inequality to accelerate k-means / C. Elkan // Proc. Twentieth Int. Conf. on Machine Learning (ICML'03). – 2003. – P. 147–153.

13. Farnstrom, F. Scalability for clustering algorithms revisited / F. Farnstrom, J. Lewis, C. Elkan // SIGKDD Explorations. – 2000. – № 1. – P. 51–57.

Поступила в редакцию 28.09.2025.

Информация об авторах

Борчик Екатерина Михайловна – к.т.н.

Якимов Дмитрий Анатольевич – к.м.н.

Влодова Алла Юрьевна – д.т.н., доцент

Демиденко Олег Михайлович – д.т.н., профессор

Алексейков Михаил Викторович – аспирант