

ФОРМ-ФАКТОРЫ НЕЙТРАЛЬНЫХ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ $P^0(q\bar{q})$ -МЕЗОНОВ В СОСТАВНОЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

В.Ю. Гавриш¹, В.В. Андреев²

¹Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого

²Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины

PSEUDOSCALAR $P^0(q\bar{q})$ -MESONS FORM-FACTOR IN COMPOSITE RELATIVISTIC QUARK MODEL

V.Yu. Haurysh¹, V.V. Andreev²

¹Sukhoi State Technical University of Gomel

²Francisk Skorina Gomel State University

Аннотация. Представлен алгоритм расчета форм-факторов мезонов процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow P(q\bar{q})$ в модели, основанной на составной кварковой модели и точечной форме пуанкаре-инвариантной квантовой механике. Показано, что использование структурных функций конститuentных кварков легкого сектора приводит к согласующемуся с экспериментальными данными поведению величины $q^2 F_{P^0}(q^2)$ процессов $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$, $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta$ и $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta'$ при больших переданных импульсах. По результатам работы предложена самосогласованная модель, удовлетворительно описывающая электрослабые распады псевдоскалярных мезонов легкого сектора.

Ключевые слова: конститuentная кварковая модель, аномальный магнитный момент, среднеквадратичный радиус, форм-фактор, асимптотическое поведение.

Для цитирования: Гавриш, В.Ю. Форм-факторы нейтральных псевдоскалярных $P^0(q\bar{q})$ -мезонов в составной релятивистской кварковой модели / В.Ю. Гавриш, В.В. Андреев // Проблемы физики, математики и техники. – 2025. – № 2 (63). – С. 16–21. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2025_2_63_16. – EDN: YCVASK

Abstract. The paper presents an algorithm for calculating the meson form factors of the $\gamma\gamma^* \rightarrow P(q\bar{q})$ process in a model based on the composite quark model and the point form of Poincaré-invariant quantum mechanics. It is shown that the use of structure functions of constituent quarks for the light sector leads to a behavior of the $q^2 F_{P^0}(q^2)$ value of the $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$, $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta$ and $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta'$ processes at large momentum transfers consistent with experimental data. A self-consistent model satisfactorily describing electroweak decays of pseudoscalar mesons of the light sector is proposed.

Keywords: constituent quark model, anomalous magnetic moment, root-mean-square radius, form factor, asymptotic behavior.

For citation: Haurysh, V.Yu. Pseudoscalar $P^0(q\bar{q})$ -mesons form-factor in composite relativistic quark model / V.Yu. Haurysh, V.V. Andreev // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2025. – № 2 (63). – P. 16–21. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2025_2_63_16 (in Russian). – EDN: YCVASK

Введение

Расчет наблюдаемых электрослабых характеристик связанных кварковых систем является нетривиальной задачей физики высоких энергий. В низкоэнергетической области поведение константы $\alpha_s(q^2)$ делает расчеты наблюдаемых характеристик связанных кварковых систем методами теории возмущений невозможными [1]. Указанная особенность привела к многообразию альтернативных методов расчета форм-факторов, спектров масс и других характеристик мезонов легкого и тяжелого сектора.

Отметим, что для мезонов с одним тяжелым кварком (D -, D_s -, B - мезоны и др.) существуют апробированные методы [2], [3] (разложение по величине $1/m_Q$, симметрия HQS, использование нерелятивистских потенциалов с запирающей частью и др.). Для мезонов легкого сектора требуется привлечение чисто релятивистских моделей, поскольку массы u -, d -, s - кварков значительно меньше [4].

В указанном направлении исследования особый интерес представляют легкие псевдоскалярные $\pi^\pm$ -, π^0 -, $K^\pm$ -, η -, η' - мезоны.

К настоящему моменту накоплен значительный объем прецизионных экспериментальных данных по лептонным и радиационным распадам. Обновление и дополнение экспериментальных данных коллаборациями *BaBar*, *Belle* и *Cleo* [4]–[7] дало возможность не только исследовать поведение величины $q^2 F_{p^0}(q^2)$ при $q^2 \rightarrow \infty$ но и изучить структурные свойства конститuentных кварков при больших переданных импульсах.

Исследование форм-факторов нейтральных π^0 -, η -, η' - мезонов также актуально при изучении схем смешивания кварковых $q\bar{q}$ -состояний. Известно [8], что расчеты с одним углом смешивания θ_p в различных подходах приводит к значениям $\theta_p \in [-20^\circ, -9^\circ]$. Разброс привел к появлению альтернативных схем смешивания, в том числе с тремя углами ϕ_p , α_G , ϕ_G и глюонной компонентой $|G\rangle$ [8]–[10]. Отметим, что исследования псевдоскалярных и векторных мезонов проводились не только с учетом $|G\rangle$, но и аномальными магнитными моментами конститuentных кварков κ_q [11], [12].

Среди множества способов описания релятивистских составных кварковых систем можно выделить методы, которые основаны на использовании представлений группы Пуанкаре [13]. В этом подходе ключевым требованием является сохранение пуанкаре-инвариантности как для системы без взаимодействия, так и для взаимодействующих частиц [14]. Поэтому такой подход получил название «пуанкаре-инвариантная квантовая механика» (ПиКМ). В зависимости от того, как оператор взаимодействия включается в ПиКМ, выделяют три формы: мгновенную, точечную и динамику на световом фронте [14].

Представленная работа посвящена изучению форм-факторов псевдоскалярных мезонов процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow P(q\bar{q})$ в точечной форме ПиКМ. Отметим, что указанная форма динамики естественным образом обобщается для исследования связанных систем, поскольку оператор 4-ре скорости $V^\mu = Q^\mu/M$ с взаимодействием и без него совпадают [13], [14].

Структура представленной работы следующая: в разделе 1 приведены базовые соотношения модели, основанной на составной кварковой модели и на точечной форме ПиКМ. Показано, что использование осцилляторной волновой функции и константы псевдоскалярной плотности приводит к разумным параметрам развиваемой модели. В разделе 2 изложена методика расчета форм-факторов процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow P(q\bar{q})$. Отличительной особенностью предложенного

подхода является использование аномальных магнитных моментов кварков и схемы смешивания псевдоскалярных мезонов с глюонной компонентой $|G\rangle$.

Как результат работы в разделе 3 проведено численное исследование форм-факторов псевдоскалярных π^0 -, η -, η' - мезонов. Показано, что использование параметров модели, полученных из лептонных распадов псевдоскалярных мезонов и аномальных магнитных моментов кварков удовлетворительно описывает современные экспериментальные данные коллабораций *BaBar*, *Belle* и *Cleo* в области малых переданных импульсов.

1 Описание модели

Ниже определим вектор состояния мезона массы M , спина J и 4-импульса

$$Q^\mu = V^\mu M = \{\omega_M(\mathbf{Q}), \mathbf{Q}\},$$

$Q^2 = M^2$ в точечной форме ПиКМ. В развиваемом формализме вектор состояния мезона определим с использованием базиса прямого произведения двухчастичного представления

$$|\mathbf{p}_1, \lambda_1, a, \mathbf{p}_2, \lambda_2, b\rangle$$

кварков с массами m_q , $m_{\bar{q}}$, импульсами $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$, проекциями спинов λ_1 , λ_2 и цветовыми квантовыми числами a и b соответственно. В таком подходе вектор состояния мезона определяется интегралом по импульсу относительного движения кварков [13], [14] $\mathbf{k}$ как

$$\begin{aligned} & |\mathbf{Q}, J, M\rangle = \\ & = \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \sum_{v_1, v_2} \int \Phi_{\ell S}^J(\mathbf{k}, \beta_{q\bar{q}}) \Omega \begin{pmatrix} \ell & S & J \\ v_1 & v_2 & \mu \end{pmatrix} (\theta_k, \phi_k) \times \\ & \times \sqrt{\frac{\omega_{m_q}(\mathbf{p}_1) \omega_{m_{\bar{q}}}(\mathbf{p}_2)}{\omega_{m_q}(\mathbf{k}) \omega_{m_{\bar{q}}}(\mathbf{k}) V_0}} D_{\lambda_1, v_1}^{1/2}(\mathbf{n}_{W_1}) D_{\lambda_2, v_2}^{1/2}(\mathbf{n}_{W_2}) \times \\ & \times |\mathbf{p}_1, \lambda_1, a, \mathbf{p}_2, \lambda_2, b\rangle d\mathbf{k}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

В (1.1) для краткости использованы обозначения

$$\omega_m(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} \text{ и}$$

$$\begin{aligned} & \Omega \begin{pmatrix} \ell & S & J \\ v_1 & v_2 & \mu \end{pmatrix} (\theta_k, \phi_k) = \\ & = Y_{\ell m}(\theta_k, \phi_k) C \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & S \\ v_1 & v_2 & \mu \end{pmatrix} C \begin{pmatrix} \ell & S & J \\ m & \lambda & \mu \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где $Y_{\ell m}(\theta_k, \phi_k)$ – сферические функции, определяемые углами вектора $\mathbf{k}$, $C \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & S \\ v_1 & v_2 & \mu \end{pmatrix}$,

$C \begin{pmatrix} \ell & S & J \\ m & \lambda & \mu \end{pmatrix}$ – коэффициенты Клебша – Гордана группы $SU(2)$, $D_{\lambda, v}^{1/2}(\mathbf{n}_W)$ – функции вращения Вигнера вектор параметра $\mathbf{n}_W$ [14].

Параметры развиваемой модели определим с использованием интегрального представления лептонной константы распада псевдоскалярного

$$P^\pm(q\bar{Q}) \rightarrow \ell^\pm \nu_\ell$$

и векторного мезонов $V^0(q\bar{Q}) \rightarrow \ell^\pm \ell^-$ [15], [16]

$$\begin{aligned} f_l(m_q, m_{\bar{Q}}, \beta_{q\bar{Q}}^l) = \\ = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\pi} \int k^2 \Phi(k, \beta_{q\bar{Q}}^l) \sqrt{\frac{W_{m_q}^+(\mathbf{k}) W_{m_{\bar{Q}}}^+(\mathbf{k})}{M_0 \omega_{m_q}(\mathbf{k}) \omega_{m_{\bar{Q}}}(\mathbf{k})}} \times \\ \times \left(1 + a_1 \frac{k^2}{W_{m_q}^+(\mathbf{k}) W_{m_{\bar{Q}}}^+(\mathbf{k})} \right) dk; \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$a_p = -1, \quad a_v = 1/3,$$

где

$$\begin{aligned} W_m^\pm(\mathbf{k}) = \omega_m(\mathbf{k}) \pm m, \quad |\mathbf{k}| = k, \\ M_0 = \omega_{m_q}(\mathbf{k}) + \omega_{m_{\bar{Q}}}(\mathbf{k}). \end{aligned} \quad (1.4)$$

Использование константы псевдоскалярной плотности $g_{P^\pm}$ [17], [18]

$$\begin{aligned} g_{P^\pm}(m_q, m_{\bar{Q}}, \beta_{q\bar{Q}}^P) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\pi} \int k^2 \Phi(k, \beta_{q\bar{Q}}^P) \times \\ \times \sqrt{M_0} \left(W_{m_q}^+(\mathbf{k}) W_{m_{\bar{Q}}}^+(\mathbf{k}) + W_{m_q}^-(\mathbf{k}) W_{m_{\bar{Q}}}^-(\mathbf{k}) \right) dk \end{aligned} \quad (1.5)$$

совместно с экспериментальными данными лептонных распадов псевдоскалярных $\pi^\pm$ – и $K^\pm$ – мезонов приводит к системе уравнений [17]

$$\begin{cases} 1/2(\hat{m}_u + \hat{m}_d) = (3,45 \pm 0,42) \text{ МэВ}, \\ f_P(m_u, m_d, \beta_{u\bar{d}}^P) = f_{\pi^\pm}^{(\text{экс.})}, \\ (\hat{m}_u + \hat{m}_d) g_P(m_u, m_d, \beta_{u\bar{d}}^P) = f_{\pi^\pm}^{(\text{экс.})} (M_{\pi^\pm}^{(\text{экс.})})^2. \end{cases} \quad (1.6)$$

Использование осцилляторной волновой функции

$$\Phi(k, \beta_{q\bar{Q}}^l) = \frac{2}{\sqrt{3} \pi^{1/4} (\beta_{q\bar{Q}}^l)^{3/2}} \exp \left[-\frac{k^2}{2(\beta_{q\bar{Q}}^l)^2} \right] \quad (1.7)$$

и значений токовых масс u – и d – кварков приводит к следующим параметрам модели, основанной на точечной форме ПикМ:

$$\begin{aligned} m_u &= (219,48 \pm 9,60) \text{ МэВ}, \\ m_d &= (221,98 \pm 9,60) \text{ МэВ}, \\ \beta_{u\bar{d}}^P &= (367,93 \pm 2,51) \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Для $K^\pm$ – мезона с массой $M_{K^\pm}^{(\text{экс.})}$ аналогично получаем

$$\begin{cases} 1/2(\hat{m}_u + \hat{m}_s) = (47,58 \pm 5,74) \text{ МэВ}, \\ f_P(m_u, m_s, \beta_{u\bar{s}}^P) = f_{K^\pm}^{(\text{экс.})}, \\ (\hat{m}_u + \hat{m}_s) g_P(m_u, m_s, \beta_{u\bar{s}}^P) = f_{K^\pm}^{(\text{экс.})} (M_{K^\pm}^{(\text{экс.})})^2, \end{cases} \quad (1.9)$$

откуда

$$\begin{aligned} m_s &= (416,95 \pm 6,12) \text{ МэВ}, \\ \beta_{u\bar{s}}^P &= (375,54 \pm 19,66) \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Полученные в разделе параметры будут использоваться для расчета форм-факторов псевдоскалярных π^0 -, η -, η' – мезонов.

2 Форм-факторы π^0 -, η -, η' – мезонов процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow P(q\bar{q})$

Изучение форм-факторов псевдоскалярных мезонов будем проводить с использованием следующего механизма рождения кварк-антикварковой пары [19], [20] (рисунок 2.1). Соответствующие рисунку 2.1 матричные элементы процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow P(q\bar{q})$ в системе покоя псевдоскалярного мезона (сравните с (1.1))

$$\begin{aligned} |0, M_P\rangle = \\ = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \int \Phi_{\text{LS}}^J(\mathbf{k}, \beta_{q\bar{q}}^P) \frac{1}{\sqrt{V_0}} |\mathbf{k}, \lambda_1, -\mathbf{k}, \lambda_2\rangle d\mathbf{k} \end{aligned} \quad (2.1)$$

примут следующий вид:

$$\begin{aligned} M_{\lambda_1, \lambda_2}^{1\mu} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{\bar{u}_{\lambda_2}(\mathbf{k}, m_q)}{\sqrt{2\omega_{m_q}(\mathbf{k})}} \Gamma_{e_q}^\mu(q^{\text{real}}) \times \\ &\times \frac{\hat{k} - \hat{q}^{\text{real}} + m_q}{(k - q^{\text{real}})^2 - m_q^2} \left(\Gamma_{e_q}(q^{\text{virt.}}) \cdot \epsilon(\lambda^{\text{virt.}}) \right) \frac{v_{\lambda_1}(-\mathbf{k}, m_{\bar{q}})}{\sqrt{2\omega_{m_{\bar{q}}}(\mathbf{k})}}, \\ M_{\lambda_1, \lambda_2}^{2\mu} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{\bar{u}_{\lambda_2}(\mathbf{k}, m_q)}{\sqrt{2\omega_{m_q}(\mathbf{k})}} \left(\Gamma_{e_q}(q^{\text{virt.}}) \cdot \epsilon(\lambda^{\text{virt.}}) \right) \times \\ &\times \frac{\hat{k} - \hat{q}^{\text{virt.}} + m_q}{(k - q^{\text{virt.}})^2 - m_q^2} \Gamma_{e_{\bar{q}}}^\mu(q^{\text{real}}) \frac{v_{\lambda_1}(-\mathbf{k}, m_{\bar{q}})}{\sqrt{2\omega_{m_{\bar{q}}}(\mathbf{k})}}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

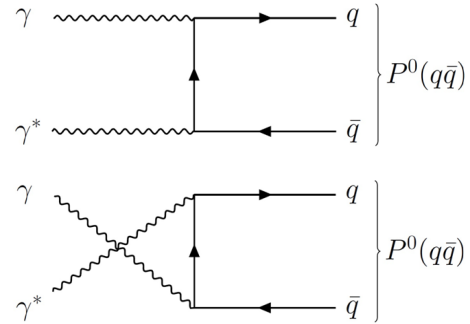


Рисунок 2.1 – Механизм процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow P(q\bar{q})$ в развиваемом подходе

В выражениях (2.2) определена вершина электромагнитного взаимодействия $\Gamma^\mu(q)$ с учетом структуры кварка калибровочно-инвариантным образом

$$\begin{aligned} \Gamma_e^\mu(q) &= e \left(F_1^q(q^2) \gamma^\mu + \kappa F_2^q(q^2) \frac{i\sigma^{\mu\nu}}{2m} q_\nu \right), \\ \sigma^{\mu\nu} &= \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu), \end{aligned} \quad (2.3)$$

где $F_1^q(q^2)$ и $F_2^q(q^2)$ – дираковские форм-факторы. Для упрощения в форм-факторах

вершины (2.3) в явном виде выделены электрический заряд e и аномальный магнитный момент кварка κ . В этом случае магнитный момент кварка определяется выражением [21], [22]

$$\mu = \frac{e}{2 m_{q,\bar{q}}} (1 + \kappa). \quad (2.4)$$

Расчет спинорной части выражения (2.2) с учетом параметризации процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow P(q\bar{q})$ в точечной форме динамики

$$\begin{aligned} & \langle Q, M_P | \hat{J}^\mu | \gamma\gamma^* \rangle = \\ & = I_{q\bar{q}}(t) \frac{i}{(2\pi)^{3/2}} \frac{\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} V_\nu \varepsilon_\rho (\lambda^{real}) q_\sigma^{virt.}}{\sqrt{2} V_0} \sqrt{M_P}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где q^{real} – 4-импульс реального $(q^{real})^2 = 0$ фотона с соответствующим вектором поляризации $\varepsilon(\lambda^{real})$, а $q^{virt.}$ – 4-импульс виртуального $(q^{virt.})^2 = t$ γ^* -кванта, приводит к следующему выражению

$$\begin{aligned} I_{q\bar{q}}(t) &= \frac{\sqrt{3}}{\pi} \int k^2 \Phi(k, \beta_{q\bar{q}}^P) e_q^2 \times \\ & \times \left(f_1(k, m_q, t) + \frac{\kappa_q}{2m_q} f_2(k, m_q, t) + \frac{\kappa_q^2}{4m_q^2} f_3(k, m_q, t) \right) dk. \end{aligned} \quad (2.6)$$

В (2.6) определены следующие вспомогательные функции:

$$\begin{aligned} f_1(k, m, t) &= \frac{2mF_1^q(t)F_1^q(0)}{k \omega_m^{1/2}(\mathbf{k}) (4\omega_m^2(\mathbf{k}) + t)} \ln \left(\frac{\omega_m(\mathbf{k}) + k}{\omega_m(\mathbf{k}) - k} \right), \\ f_2(k, m, t) &= \frac{2(F_1^q(t)F_2^q(0) + F_1^q(0)F_2^q(t))}{k \omega_m^{1/2}(\mathbf{k}) (4\omega_m^2(\mathbf{k}) + t)} \times \\ & \times \left(2k \omega_m(\mathbf{k}) + m^2 \ln \left(\frac{\omega_m(\mathbf{k}) + k}{\omega_m(\mathbf{k}) - k} \right) \right), \\ f_3(k, m, t) &= \frac{2m (4\omega_m^2(\mathbf{k}) - t)}{\omega^{3/2}(\mathbf{k}) (4\omega_m^2(\mathbf{k}) + t)} F_2^q(t) F_2^q(0). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Использование (2.6) с учетом схемы смешивания псевдоскалярных мезонов [8]–[10] приводит к следующим выражениям форм-факторов π^0 -, η -, η' - мезонов

$$\begin{aligned} F_{\pi^0\gamma}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\tilde{I}_{u\bar{u}}(t) - \tilde{I}_{d\bar{d}}(t)), \\ F_{\eta\gamma}(t) &= \frac{X_\eta}{\sqrt{2}} (\tilde{I}_{u\bar{u}}(t) + \tilde{I}_{d\bar{d}}(t)) + Y_\eta \tilde{I}_{s\bar{s}}(t), \\ F_{\eta'\gamma}(t) &= \frac{X_{\eta'}}{\sqrt{2}} (\tilde{I}_{u\bar{u}}(t) + \tilde{I}_{d\bar{d}}(t)) + Y_{\eta'} \tilde{I}_{s\bar{s}}(t), \end{aligned} \quad (2.8)$$

где

$$\begin{aligned} X_\eta &= \cos \phi_P \cos \alpha_G, \quad Y_\eta = -\sin \phi_P \cos \alpha_G, \\ Z_\eta &= -\sin \alpha_G, \\ X_{\eta'} &= \cos \phi_P \sin \alpha_G \sin \phi_G + \sin \phi_P \cos \alpha_G, \\ Y_{\eta'} &= \cos \phi_P \cos \alpha_G - \sin \phi_P \sin \alpha_G \sin \phi_G, \end{aligned}$$

$$Z_{\eta'} = \cos \alpha_G \sin \phi_G \quad (2.9)$$

(детали изложены в [16]). Выражения (2.4)–(2.9) будут использоваться для изучения форм-факторов псевдоскалярных мезонов процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow P(q\bar{q})$ в предложенном подходе.

3 Численные расчеты форм-факторов $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$, $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta$ и $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta'$

Ниже проведем численное моделирование поведения форм-факторов псевдоскалярных мезонов в точечной форме ПикМ в сравнении с современными экспериментальными данными. Изучение будем проводить с использованием форм-факторов вида [11]

$$F_1^q(t) = \frac{b_q}{1 + \langle r_q^2 \rangle \frac{t}{6}}, \quad F_2^q(t) = \frac{b_q}{\left(1 + \langle r_q^2 \rangle \frac{t}{12}\right)^2}, \quad (3.1)$$

где b_q – параметр виртуальности кварка [23], а $\langle r_q^2 \rangle$ – его среднеквадратичный радиус [24], определяем выражением

$$\langle r_q^2 \rangle = \frac{a}{m_q^2}, \quad a = 0, 126. \quad (3.2)$$

С использованием базовых параметров модели (1.8), а также выражений (2.6)–(2.9) получаем следующее поведение величины $q F_{\pi^0\gamma}(t)$ в сравнении с современными экспериментальными данными коллабораций *BaBar*, *Cleo* и *Belle* (рисунок 3.1).

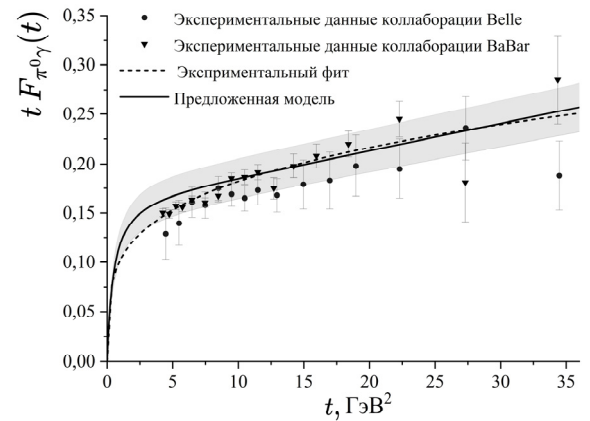


Рисунок 3.1 – Поведение величины $t F_{\pi^0\gamma}(t)$ в сравнении с экспериментальными данными

Для η -, η' - мезонов аналогично получаем (рисунки 3.2, 3.3). Отметим, что при расчетах использованы значения параметров виртуальности кварков легкого сектора

$$b_u = 1,04, \quad b_d = 1,10, \quad b_s = 0,90 \quad (3.3)$$

а также значения аномальных магнитных моментов кварков $\kappa_u = -0,124$, $\kappa_d = -0,058$ и $\kappa_s = 0,198$.

Оценку полученных результатов в сравнении с экспериментальными данными получим с использованием величины

$$\chi^2_{d.o.f} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\frac{|t_i F_{P^0\gamma}^{(экс.)}(t_i)| - |t_i F_{P^0\gamma}^{(экс.)}(t_i)|^2}{\delta |t_i F_{P^0\gamma}^{(экс.)}(t_i)|} \right)^2; \quad (3.4)$$

расчет с использованием параметров (3.2), а также значений аномальных магнитных моментов u -, d -, s - кварков приводит к значению

$$\chi^2_{d.o.f} = 7,080. \quad (3.5)$$

Анализ рисунков показывает, что предложенная релятивистская кварковая модель, основанная на точечной форме ПикМ, удовлетворительно описывает данные *BaBar*, *Cleo* и *Belle* в пределах экспериментальной ошибки.

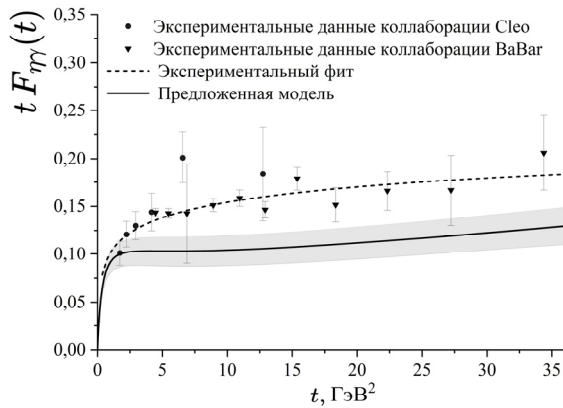


Рисунок 3.2 – Поведение величины $t F_{\eta\gamma}(t)$ в сравнении с экспериментальными данными

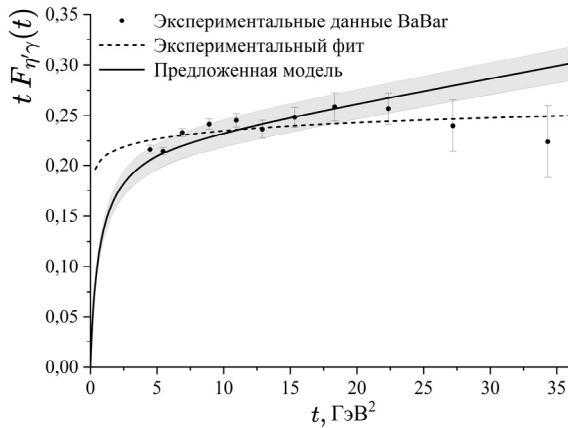


Рисунок 3.3 – Поведение величины $t F_{\eta'\gamma}(t)$ в сравнении с экспериментальными данными

Заключение

Работа посвящена изучению электромагнитных распадов легких π^0 -, η -, η' - мезонов в точечной форме ПикМ. В работе авторами предложена оригинальная методика расчета параметров модели с использованием константы псевдоскалярной плотности и токовых масс кварков

легкого сектора. Полученные параметры разрабатываемой модели использованы при исследовании поведения величины $q^2 F_{P^0\gamma}(q^2)$ в зависимости от переданного импульса виртуального фотона $q^2 = t$. Из особенностей проведенных расчетов следует отметить использование среднеквадратичного радиуса кварков легкого сектора (3.2), совместно с дираковскими форм-факторами $F_1^q(t)$, $F_2^q(t)$ и параметрами виртуальности кварков. Расчеты с учетом перечисленных характеристик конститuentных кварков в модели, основанной на составной кварковой модели и на точечной форме ПикМ, проведены впервые.

Отметим, что предложенная модель дает более надежные предсказания в области малых переданных импульсов. Так расчет $\chi^2_{d.o.f}$ в области $0 < t \leq 10$ ГэВ² приводит к значению $\chi^2_{d.o.f} = 11,154$, что сопоставимо с значением (3.5). Однако анализ рисунков 3.1, 3.2, 3.3 показывает, что наибольшее отклонение от экспериментальных данных имеется для η -мезона. Так расчет $\chi^2_{d.o.f}$ процессов $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi$ приводит к $\chi^2_{d.o.f} = 9,708$ и $\chi^2_{d.o.f} = 1,552$ для экспериментальных данных *BaBar* [5] и *Belle* [6] соответственно; аналогичные расчеты для $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta'$ приводят к значению $\chi^2_{d.o.f} = 2,723$ (сравните с $\chi^2_{d.o.f} = 26,815$ для процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta$). В области $t > 10$ ГэВ² эффекты перерасеяния будут значительны [25], и как следствие, требуется учет дополнительных диаграмм в сравнении с изучаемым в работе механизмом распада (рисунок 2.1).

Отметим также, что значения ϕ_P , α_G , ϕ_G в выражении (2.9) выбирались в из условия соответствия теоретических расчетов с экспериментальными данными процессов $V(P) \rightarrow P(V)\gamma$, значения которых согласуются с экспериментальными данными коллаборации *Kloe* [26]. Анализ форм-факторов $t F_{P^0\gamma}(t)$ с другими углами смещения в предложенной работе авторами не проводился.

В заключении также отметим, что предложенная модель, основанная на конститuentной кварковой модели и точечной форме ПикМ, удовлетворительно описывает радиационные распады псевдоскалярных и векторных мезонов $V(P) \rightarrow P(V)\gamma$, форм-факторы ρ - мезона, а также аксиальный и векторный форм-факторы радиационного распада $\pi^\pm \rightarrow \ell^\pm \nu_\ell \gamma$ псевдоскалярного $\pi^\pm$ -мезона. Предложенная модель также успешно использовалась для исследования адронного распада $\rho \rightarrow \pi\pi$ с использованием теоремы о мягких пионах [27].

ЛИТЕРАТУРА

1. Chetyrkin, K.G. Strong coupling constant with flavor thresholds at four loops in the modified minimal-subtraction scheme / K.G. Chetyrkin, B.A. Kniehl, M. Steinhauser // Phys. Rev. Lett. – 1997. – Vol. 79, № 12. – P. 2184–2187.
2. Georgi, H. An effective field theory for heavy quarks at low energies / H. Georgi // Physics Letters B. – 1990. – Vol. 240. – P. 447–450.
3. Thomas, M. A Derivation of the heavy quark effective Lagrangian from QCD / M. Thomas, R. Winston, Zb. Ryzak // Nucl. Phys. B. – 1992. – Vol. 368. – P. 204–217.
4. Review of Particle Physics / S. Navas [et al.] (PDG group) // Phys. Rev. D. – 2024. – Vol. 110. – P. 030001
5. Measurement of the $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ transition form factor / B. Aubert [et al.] (BaBar Collaboration) // Phys. Rev. D. – 2009. – Vol. 80. – P. 052002.
6. Measurement of $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ transition form factor at Belle / S. Uehara [et al.] (Belle collaboration) // Phys. Rev. D. – 2012. – Vol. 86. – P. 092007.
7. Measurement of the $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta$ and $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta'$ transition form factors / P. del Amo Sanchez [et al.] (BaBar collaboration) // Phys. Rev. D. – 2011. – Vol. 84. – P. 052001.
8. Escribano, R. On the gluon content of the η and η' mesons / R. Escribano, J. Nadal // JHEP. – 2007. – Vol. 05. – P. 006.
9. Feldmann, T. Quark structure of pseudoscalar mesons / T. Feldmann // Int. J. Mod. Phys. A. – 2000. – Vol. 15. – P. 159–207.
10. Feldmann, T. Mixing and decay constants of pseudoscalar mesons / T. Feldmann, P. Kroll, B. Stech // Phys. Rev. D. – 1998. – Vol. 58. – P. 114006.
11. Petronzio, R. Possible evidence of extended objects inside the proton / R. Petronzio, S. Simula, G. Ricco // Phys. Rev. D. – 2003. – Vol. 67. – P. 094994.
12. Fayazbakhsh, Sh. Anomalous magnetic moment of hot quarks, inverse magnetic catalysis, and reentrance of the chiral symmetry broken phase / Sh. Fayazbakhsh, N. Sadooghi // Phys. Rev. D. – 2003. – Vol. 90. – P. 105030.
13. Keister, B.D. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics / B.D. Keister, W.N. Polyzou // Adv. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 20. – P. 225–279.
14. Mini review of Poincaré invariant quantum theory / W.N. Polyzou, Y. Huang, Ch. Elster [et al.] // Few Body Syst. – 2011. – Vol. 49. – P. 129–147.
15. Andreev, V.V. Constituent quark masses in Poincaré-invariant quantum mechanics / V.V. Andreev, V.Yu. Haurysh // J. Phys. Conf. Ser. – 2017. – Vol. 938. – P. 012030.
16. Гавриш, В.Ю. Двухфотонный распад псевдоскалярного мезона в релятивистской кварковой модели / В.Ю. Гавриш, В.В. Андреев // Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Сэрыя фіз.-мат. навук. – 2023. – Т. 4. – С. 315–327.
17. Haurysh, V.Yu. ρ – meson form-factors in point form of Poincaré-invariant quantum mechanics // V.Yu. Haurysh, V.V. Andreev // Few Body Syst. – 2021. – Vol. 62. – 9 p.
18. Jaus, W. Consistent treatment of spin-1 mesons in the light-front quark model / W. Jaus. // Phys. Rev. D. – 2003. – Vol. 67. – P. 094010.
19. Choi, H.-M. Spacelike and timelike form factors for the $\pi^0, \eta, \eta' \rightarrow \gamma\gamma^*$ transitions in the light-front quark model / H.-M. Choi, Y.Y. Ryu, Ch.-R. Ji // Phys. Rev. D. – 2017. – Vol. 96. – P. 056008.
20. Choi, H.-M. Doubly virtual $(\pi^0, \eta, \eta') \rightarrow \gamma\gamma^*$ transition form factors in the light-front quark model / H.-M. Choi, Y.Y. Ryu, Ch.-R. Ji // Phys. Rev. D. – 2019. – Vol. 99. – P. 076012.
21. He, R. Effect of anomalous magnetic moment on the chiral transition at zero temperature in a strong magnetic field / R. He, X. J. Wen // Phys. Rev. D. – 2022. – Vol. 107. – P. 116023.
22. Juliá-Díaz, B. Baryon magnetic moments in relativistic quark models / B. Juliá-Díaz, D.O. Riska // Nuclear Physics A. – 2004. – Vol. 739. – P. 69–88.
23. From the $\gamma\gamma \rightarrow p\bar{p}$ reaction to the production of $p\bar{p}$ pairs in ultraperipheral ultrarelativistic heavy-ion collisions at the LHC / M. Kłusek-Gawenda, P. Lebiedowicz, O. Nachtmann, A. Szczurek // Physical Review D. – 2017. – Vol. 96. – P. 094029.
24. Charge form-factor of $\pi^\pm$ – and $K^\pm$ – mesons / F. Cardarelli, I.L. Grach, I.M. Narodetsky, E. Pace, G. Salme, S. Simula // Phys. Rev. D. – 1996. – Vol. 53. – P. 6682–6685.
25. Caprini, I. Testing the consistency of the ω – π transition form factor with unitarity and analyticity / I. Caprini // Phys. Rev. D. – 2015. – Vol. 92. – P. 014014.
26. A Global fit to determine the pseudoscalar mixing angle and the gluonium content of the eta-prime meson / F. Ambrosino [et al.] (Kloe Collaboration) // JHEP. – 2009. – Vol. 7. – 105 p.
27. Haurysh, V.Yu. Pionic decay of ρ – meson in relativistic quantum mechanics // V.Yu. Haurysh, V.V. Andreev // Nonlinear Phenomena in Complex System. – 2024. – Vol. 27 (4). – P. 372–379.

Поступила в редакцию 26.03.2025.

Информация об авторах

Андреев Виктор Васильевич – д.ф.-м.н., профессор
Гавриш Вадим Юрьевич – к.ф.-м.н., доцент