

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ И ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ВЕКТОРНЫХ ГАУССОВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ С ПРОСТЫМ АСТИГМАТИЗМОМ

С.С. Гиргель

*Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины*

## ENERGY AND POLARISATION PROPERTIES OF VECTOR GAUSSIAN LIGHT BEAMS WITH SIMPLE ASTIGMATISM

S.S. Girgel

*Francisk Skorina Gomel State University*

**Аннотация.** Исследуются аналитически поляризационные и энергетические свойства векторных световых пучков с простым астигматизмом. Проведено графическое моделирование эллипсов поляризации, интенсивности и поперечных потоков энергии исследуемых векторных астигматических световых пучков.

**Ключевые слова:** астигматические пучки, гауссовы пучки, поляризация, поперечные потоки энергии.

**Для цитирования:** Гиргель, С.С. Энергетические и поляризационные свойства векторных гауссовых световых пучков с простым астигматизмом / С.С. Гиргель // Проблемы физики, математики и техники. – 2024. – № 4 (61). – С. 19–24. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2024\\_4\\_61\\_19](https://doi.org/10.54341/20778708_2024_4_61_19). – EDN: UUWZHB

**Abstract.** The polarization and energy properties of vector light beams with simple astigmatism are investigated analytically. Graphical modelling of polarization ellipses, intensity and transverse energy fluxes of the investigated vector astigmatic light beams is carried out.

**Keywords:** astigmatic beams, Gaussian beams, polarization, transverse energy fluxes.

**For citation:** Girgel, S.S. Energy and polarisation properties of vector Gaussian light beams with simple astigmatism / S.S. Girgel // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2024. – № 4 (61). – P. 19–24. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2024\\_4\\_61\\_19](https://doi.org/10.54341/20778708_2024_4_61_19) (in Russian). – EDN: UUWZHB

### Введение

После изобретения лазера была предложена достаточно реалистичная модель, описывающая такое узконаправленное световое излучение, как гауссов световой пучок, у которого амплитуда убывает по гауссову закону при удалении от оптической оси  $Z$  пучка. Интенсивность такого пучка в поперечном сечении аппроксимируется колоколообразной поверхностью. Простейший круговой гауссов пучок образует на экране световое пятно, которое не имеет резких границ и обладает круговой симметрией. Для астигматического пучка Гаусса световое пятно в поперечном сечении пучка имеет уже эллипсовидную форму. Такие астигматические пучки могут генерироваться лазерами с астигматическими резонаторами или, например, возникать после прохождения кругового гауссова пучка через астигматическую оптическую систему, в простейшем случае, цилиндрическую линзу.

Скалярные гауссовы световые пучки в настоящее время детально изучены, как теоретически, так и экспериментально [1]–[9]. В статьях [10]–[14] был предложен общий формализм для описания векторных параксиальных световых

пучков с однородной и неоднородной поляризацией. В работах [1]–[6] обсуждались различные аспекты теории гауссовых световых пучков.

В настоящей работе мы будем изучать декартовы векторные пучки Гаусса с однородной и неоднородной поляризацией, их векторные поляризационные и энергетические свойства. Сначала в разделе 1 излагается общий формализм для описания поляризационных и энергетических характеристик векторных декартовых астигматических пучков с однородной поляризацией. Затем, в разделе 2, этот формализм применяется для исследования поляризационных и энергетических характеристик векторных ТМ пучков Гаусса с простым астигматизмом. В разделе 3 проведено графическое моделирование поляризационных свойств, интенсивности и поперечных потоков энергии. Выполнен анализ полученных результатов, который подтвердил и проиллюстрировал аналитические расчеты.

### 1 Параксиальные векторные астигматические световые пучки с однородной поляризацией

Одно из возможных простых решений параболического уравнения

$$(\partial_{xx} + \partial_{yy} + 2ik\partial_z)f = 0$$

можно записать в виде [1]–[3]  $f = G$ , где

$$G = \sqrt{\frac{q_{ox}q_{oy}}{q_xq_y}} \exp\left(\frac{ik}{2}\left(\frac{x^2}{q_x} + \frac{y^2}{q_y}\right)\right) - \text{гауссиан с про-$$

стым астигматизмом, включающий два комплексных параметра пучка  $q_x$  и  $q_y$ ,  $q_{x,y} = z - q_{ox,oy}$ ,  $q_{ox}$  и  $q_{oy}$  – два свободных комплексных параметра:  $q_{ox,oy} = q'_{ox,oy} + iq''_{ox,oy}$ .

Астигматический гауссиан  $G$  описывает скалярные пучки Гаусса. Для векторных гауссовых световых пучков с простым астигматизмом и однородной поляризацией поперечную часть вектора  $\mathbf{E}$  электрического поля световой волны возьмем в форме  $\mathbf{E}_\perp = \mathbf{e}_\perp G$ ; где нормированный ( $|\mathbf{e}_\perp|^2 = 1$ ) вектор поляризации [11]–[13]  $\mathbf{e}_\perp = \eta_x \mathbf{e}_x + \eta_y \mathbf{e}_y$ . Тогда полные векторы электромагнитного поля гауссовых световых пучков с простым астигматизмом и однородной поляризацией имеют вид:

$$\mathbf{E} = \left( \eta_x \mathbf{e}_x + \eta_y \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z \cdot \left( \frac{\eta_x x}{q_x} + \frac{\eta_y y}{q_y} \right) \right) \cdot G;$$

$$\mathbf{H} = \frac{\varepsilon}{n} \left( -\eta_y \mathbf{e}_x + \eta_x \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z \cdot \left( \frac{\eta_y y}{q_x} - \frac{\eta_x x}{q_y} \right) \right) \cdot G.$$

Геометрические характеристики эллипса поляризации электрического вектора светового пучка задаются комплексным параметром [11]

$\frac{\eta_y}{\eta_x} = \eta = \eta' + i\eta'' = \text{tg}(\psi' + i\psi'')$ . При этом азимут главной оси эллипса поляризации относительно оси  $Ox$  равен  $\psi'$ , а эллиптичность  $\gamma = \text{th}\psi''$ .

Запишем энергетические характеристики гауссовых пучков с однородной поляризацией. Для параксиальных пучков плотность энергии поля  $w$  и продольная плотность потока энергии  $S_z$  соответ-

ственно равны [11]:  $w = \frac{\varepsilon |\mathbf{E}_\perp|^2}{8\pi}$ ,  $S_z = \frac{c}{n} w$ . Тогда

$$w = \frac{\varepsilon}{8\pi} \left| \frac{q_{ox}q_{oy}}{q_xq_y} \right|^2 \exp\left(-k\left(\frac{x^2 q''_{0x}}{|q_x|^2} + \frac{y^2 q''_{0y}}{|q_y|^2}\right)\right).$$

Пятно интенсивности в поперечном сечении пучка имеет эллипсовидную форму, которая меняет свою форму и размеры при изменении расстояния  $z$ . Эллипс пятна превращается в окружность при двух значениях расстояния

$$z_{1,2} = \frac{q'_{0x}q''_{0y} - q'_{0y}q''_{0x} \pm \sqrt{q''_{0x}q''_{0y} \cdot |q_x - q_y|}}{q''_{0y} - q''_{0x}}.$$

Общая плотность потока энергии  $\mathbf{S} = S_z \mathbf{e}_z + \mathbf{S}_\perp$ , причем поперечный поток можно, согласно [8]–[9], разделить на орбитальный  $\mathbf{S}_o$  и спиновый  $\mathbf{S}_s$

потоки энергии  $\mathbf{S}_\perp = \mathbf{S}_o + \mathbf{S}_s$ , где

$$\mathbf{S}_s = \frac{c\varepsilon}{8\pi nk} \text{Im}([\nabla_\perp, \mathbf{e}_z](E_x^* E_y));$$

$$\mathbf{S}_o = \frac{c\varepsilon}{8\pi nk} \text{Im}(E_x^* \nabla_\perp E_x + E_y^* \nabla_\perp E_y).$$

Целесообразно для дальнейших расчетов ввести

[15] вектор  $\mathbf{a} = \frac{\nabla_\perp f}{f}$ . Тогда плотность попереч-

ного потока энергии однородно поляризованных астигматических гауссовых световых пучков можно представить в простой форме [15]

$$\mathbf{S}_\perp = \frac{S_z}{k} \cdot (\text{Im}(\mathbf{a}) + \text{th} 2\psi'' \cdot [\text{Re}(\mathbf{a}), \mathbf{e}_z]) = \mathbf{S}_o + \mathbf{S}_s.$$

Поперечный поток можно, как и для гауссовых мод с однородной поляризацией, разделить на орбитальный  $\mathbf{S}_o$  и спиновый  $\mathbf{S}_s$  потоки энергии. Вычисляя, находим, что

$$\mathbf{S}_o = S_z \left( \frac{x\mathbf{e}_x(z - q'_{0x})}{|q_x|^2} + \frac{y\mathbf{e}_y(z - q'_{0y})}{|q_x|^2} \right);$$

$$\mathbf{S}_s = S_z \left( \frac{x\mathbf{e}_y q''_{0x}}{|q_x|^2} - \frac{y\mathbf{e}_x q''_{0y}}{|q_y|^2} \right) \text{th}(2\psi'').$$

Здесь параметр эллиптичности световой волны  $\text{th}(2\psi'') = \frac{2\eta''}{1 + |\eta|^2}$ . Сопоставим эти характери-

стики со свойствами стигматических (круговых) гауссовых пучков, для которых, как известно [1], достаточно одного комплексного параметра пучка  $q = z - q'_0 - iq''_0$ ;  $\text{Im}\left(\frac{1}{q}\right) = \frac{q''_0}{|q|^2}$ ;  $\text{Re}\left(\frac{1}{q}\right) = \frac{z - q'_0}{|q|^2}$

и, переходя к стигматическим пучкам, получаем

$$S_z = \frac{c\varepsilon}{8\pi n} |G|^2; \mathbf{S}_\perp = \left( \mathbf{e}_z + \rho \frac{(z - q'_0)\mathbf{e}_\rho + \text{th} 2\psi'' \cdot q''_0 \mathbf{e}_\phi}{|q|^2} \right) S_z.$$

Видим отличия от стигматического случая: 1) спиновые и орбитальные потоки энергии гауссового астигматического пучка имеют и радиальную, и азимутальную компоненты; 2) для стигматических пучков направления потоков энергии  $\mathbf{S}_o$  и  $\mathbf{S}_s$  ортогональны, для астигматических гауссовых – нет.

Проводилось графическое моделирование эллипсов поляризации, интенсивности и поперечных потоков энергии векторных световых гауссовых пучков с простым астигматизмом и с однородной поляризацией по сечению. С целью некоторого упрощения и обобщения был осуществлен переход к безразмерным переменным и параметрам. Пусть  $x_0$  и  $z_0 = kx_0^2/2$  – характерные размеры в поперечном и продольном направлениях пучка соответственно. Переходы к безразмерным переменным и параметрам выполнены по формулам  $\{x \rightarrow x/x_0, y \rightarrow y/x_0, z_0 = kx_0^2/2, z \rightarrow z/z_0, q_{x,y} \rightarrow q_{x,y}/z_0, k \rightarrow 2\}$ .

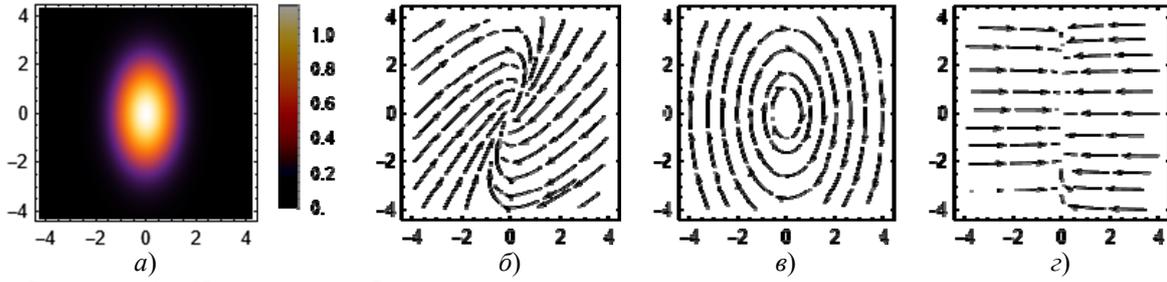


Рисунок 1.1 – Интенсивность  $I$  и линии поперечных потоков энергии однородно поляризованных векторных астигматических гауссовых пучков с простым астигматизмом: а) интенсивность  $I$ ; б) линии общего  $S_{\perp}$  потока энергии; в) линии спинного  $S_s$  потока энергии; г) линии орбитального  $S_o$  потока энергии. Свободные безразмерные параметры:  $z = 0$ ;  $q'_{0x} = 1, 0$ ;  $q'_{0y} = 1, 0$ ;  $q''_{0x} = 1$ ;  $q''_{0y} = 6$ ;  $\text{th } 2\psi'' = 1$

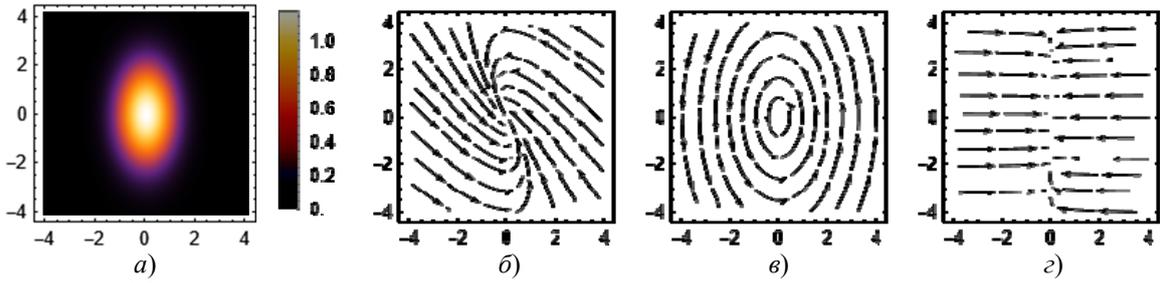


Рисунок 1.2 – Интенсивность  $I$  и линии поперечных потоков энергии однородно поляризованных векторных астигматических гауссовых пучков с простым астигматизмом: а) интенсивность  $I$ ; б) линии общего  $S_{\perp}$  потока энергии; в) линии спинного  $S_s$  потока энергии; г) линии орбитального  $S_o$  потока энергии. Свободные безразмерные параметры:  $z = 0$ ;  $q'_{0x} = 1, 0$ ;  $q'_{0y} = 1, 0$ ;  $q''_{0x} = 1$ ;  $q''_{0y} = 6$ ;  $\text{th } 2\psi'' = -1$

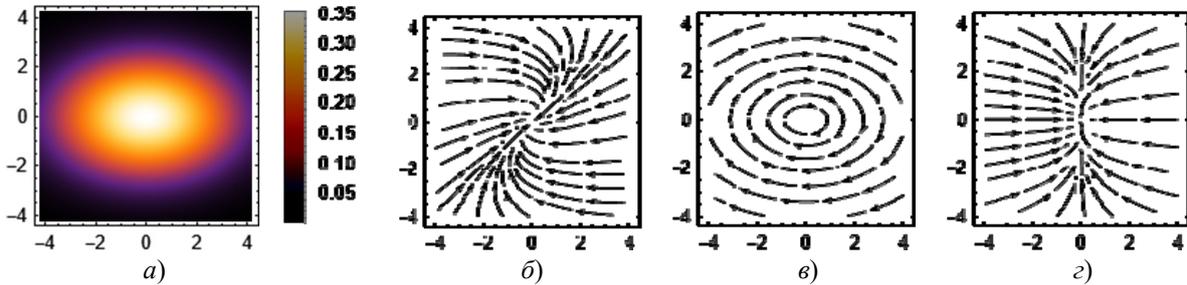


Рисунок 1.3 – Интенсивность  $I$  и линии поперечных потоков энергии однородно поляризованных векторных астигматических гауссовых пучков с простым астигматизмом: а) интенсивность  $I$ ; б) линии общего  $S_{\perp}$  потока энергии; в) линии спинного  $S_s$  потока энергии; г) линии орбитального  $S_o$  потока энергии. Свободные безразмерные параметры:  $z = -3$ ;  $q'_{0x} = 1, 0$ ;  $q'_{0y} = 0, 3$ ;  $q''_{0x} = 1$ ;  $q''_{0y} = 6$ ;  $\text{th } 2\psi'' = -1$

Если имеем линейную поляризацию по всему сечению пучка, тогда спиновый поток энергии строго равен нулю и поперечный поток энергии является полностью орбитальным. Для наглядности поэтому мы везде выбирали правую и левую циркулярную поляризацию, чтобы спиновый поток энергии был максимальным. Картина интенсивности в поперечном сечении пучка с однородной циркулярной поляризацией представляет собой пятно эллиптической формы (рисунки 1.1–1.3). Отношение полуосей эллипса интенсивности зависит от коэффициента  $q''_{0y} / q''_{0x}$  и расстояния  $z$ . Линии орбитального  $S_o$  потока энергии параллельны оси  $OX$ , кроме об-

ласти вблизи оси  $OX$ . Линии спинного  $S_s$  потока энергии повторяют форму пятна интенсивности. Линии общего  $S_{\perp}$  потока энергии представляют собой сплюснутые вихри. Их симметрия –  $2_2$ . Симметрия картин спинного и орбитального потоков энергии, а также эллипса интенсивности более высокая –  $2_2 m_x m_y$ . При изменении правой циркулярной поляризации на левую картины интенсивности и орбитального потока не меняются, а направления вращения спиновых потоков энергии изменяются на противоположные (рисунок 1.2).

## 2 Векторные пучки с простым астигматизмом и неоднородной поляризацией по сечению (ТМ-моды)

Начнем с векторов поля гауссовых ТМ-мод с простым астигматизмом. Для парааксиальных пучков:  $\mathbf{E} = \nabla_{\perp} f + i \frac{i}{k} \Delta_{\perp} f \mathbf{e}_z$ ;  $\mathbf{H} = n[\mathbf{e}_z, \nabla_{\perp} f]$ , где  $f$  – некоторое решение параболического уравнения. В качестве  $f$  для гауссовых ТМ мод возьмем  $f = \frac{G}{ik}$ . После некоторых преобразований получаем выражения

$$\mathbf{E}_{TM} = \left( \mathbf{b}_{\perp} + \left( \frac{i}{k} \left( \frac{1}{q_x} + \frac{1}{q_y} \right) - \mathbf{b}_{\perp}^2 \right) \cdot \mathbf{e}_z \right) \cdot G;$$

$\mathbf{H}_{TM} = \frac{\varepsilon}{n} [\mathbf{e}_z, \mathbf{b}_{\perp}] \cdot G$ , описывающие соответственно векторы электрического и магнитного поля гауссовых ТМ мод. Здесь введен характеристический вектор  $\mathbf{b}_{\perp} = \frac{x\mathbf{e}_x}{q_x} + \frac{y\mathbf{e}_y}{q_y}$ . Поляризационные характеристики определяются параметром [12]

$$\eta = E_y^{(1)} / E_x^{(1)} = \frac{b_y}{b_x} = \frac{yq_x}{xq_y} = \operatorname{tg}(\psi' + i\psi'').$$

Азимут эллипсов поляризации световой волны  $\psi'$ , а ее эллиптичность  $\gamma = \operatorname{th} 2\psi''$ . Энергетические характеристики парааксиального светового пучка: плотность энергии светового поля  $w = \frac{\varepsilon |\mathbf{b}_{\perp} G|^2}{8\pi}$ , продольная плотность потока энергии  $S_z = \frac{c}{n} w$ . Для ТМ мод поперечная плотность

потока энергии [16]  $\mathbf{S}_{\perp} = \frac{c\varepsilon}{8\pi n} \operatorname{Re}(\mathbf{E}_{\perp}^* E_z)$ . Тогда, после некоторых преобразований, находим, что  $\mathbf{S}_{\perp} = S_z \left( \operatorname{Re}(\mathbf{b}_{\perp}) + [\mathbf{e}_z, \operatorname{Im}(\mathbf{b}_{\perp})] \operatorname{th} 2\psi'' \right)$ , или

$$\mathbf{S}_{\perp} = \frac{c\varepsilon |G|^2}{8\pi n} \operatorname{Re} \left( \frac{x\mathbf{e}_x}{q_x^*} \left( \frac{-i}{kq_y} + \frac{x^2}{q_x^2} + \frac{y^2}{q_y^2} \right) + \frac{y\mathbf{e}_y}{q_y^*} \left( \frac{-i}{kq_x} + \frac{x^2}{q_x^2} + \frac{y^2}{q_y^2} \right) \right).$$

Поперечный поток можно [8]–[9], как и для гауссовых мод с однородной поляризацией, разделить на орбитальный  $\mathbf{S}_o$  и спиновый  $\mathbf{S}_s$  потоки энергии. Вычисляя, находим, что

$$\mathbf{S}_s = \frac{c\varepsilon |G|}{8\pi n} \times \operatorname{Im} \left[ \left( \frac{1}{k} \left( \frac{1}{q_x} + \frac{1}{q_y} \right) - \operatorname{Im}(\mathbf{b}_{\perp}) \cdot \mathbf{b}_{\perp} \right) [\mathbf{e}_z, \mathbf{b}_{\perp}^*], \mathbf{e}_z \right].$$

После некоторых преобразований получаем в

координатной форме

$$\mathbf{S}_s = \frac{c\varepsilon |G|^2}{8\pi n} \operatorname{Im} \left( \frac{1}{q_x^* q_y} \right) \times \left( \frac{x\mathbf{e}_x - y\mathbf{e}_y}{k} - 2xy \operatorname{Im} \left( \frac{y\mathbf{e}_x}{q_y} - \frac{x\mathbf{e}_y}{q_x} \right) \right).$$

Плотность орбитального потока энергии  $\mathbf{S}_o = S_z \operatorname{Re}(\mathbf{b}_{\perp})$  формально такая же, как для однородной поляризации, т. е.

$$\mathbf{S}_o = S_z \left( \frac{x\mathbf{e}_x (z - q'_{0x})}{|q_x|^2} + \frac{y\mathbf{e}_y (z - q'_{0y})}{|q_y|^2} \right).$$

Отличие состоит в плотности продольного потока энергии  $S_z$ .

Обсудим теперь ограничения, налагаемые на компоненты  $q''_{0x,0y}$ , чтобы гауссиан обладал квадратичной интегрируемостью (КИ). Для гауссовых пучков с простым астигматизмом выделим явно действительные и мнимые части комплексных параметров пучка  $(1/q_x, 1/q_y)$ . В итоге  $\frac{1}{q_{x,y}} = \rho_{1,2} + i\omega_{1,2}$ , где  $\omega_{1,2} = \frac{q''_{0x,0y}}{|q_{x,y}|^2}$ ,  $\rho_{1,2} = \frac{z - q'_{0x,0y}}{|q_{x,y}|^2}$ .

Амплитудная часть гауссиана  $G$ , зависящая только от  $(x, y)$ :  $G \propto \exp\left(-\frac{k}{2}(x^2\omega_x + y^2\omega_y)\right)$ .

Здесь символ  $\propto$  означает пропорциональность. Отсюда вытекают известные [1] условия КИ гауссиана:  $\{\omega_x > 0, \omega_y > 0\}$ , или, иначе,  $\{q''_{0x} > 0, q''_{0y} > 0\}$ .

Перейдем теперь к анализу условий КИ для смещенных пучков Гаусса с простым астигматизмом. Теперь гауссиан имеет вид:

$$G = G_x G_y = \sqrt{\frac{q_{0x} q_{0y}}{q_x q_y}} \exp \left( \frac{ik}{2} \left( \frac{(x - ix_0)^2}{q_x} + \frac{(y - iy_0)^2}{q_y} \right) \right).$$

Амплитудная часть гауссиана  $G$ , зависящая только от  $(x, y)$ ,

$$G_x \propto \operatorname{Re} \left( \exp \left( \frac{ik}{2} (x - ix_0)^2 (\rho_1 + i\omega_1) \right) \right).$$

После простых преобразований находим, что

$$G_x \propto \exp \left( -\frac{k\omega_1}{2} \left( x - \frac{x_0\rho_1}{\omega_1} \right)^2 \right).$$

Аналогично,  $G_y \propto \exp \left( -\frac{k\omega_2}{2} \left( y - \frac{y_0\rho_2}{\omega_2} \right)^2 \right)$ .

Итак, комплексное смещение поперечных компонент  $(x, y)$  гауссана приводит к тому, что эллипс интенсивности светового пятна гауссового пучка деформируется. Центры осей эллипсов смещаются от оси  $OZ$ :

$$\left\{ x \rightarrow x - \frac{x_0\rho_1}{\omega_1}, y \rightarrow y - \frac{y_0\rho_2}{\omega_2} \right\}.$$

Однако условия КИ при этом не изменяются!

Это ясно также из физических соображений. Комплексные смещения  $\{x \rightarrow x - ix_0, y \rightarrow y - iy_0\}$  координат для парааксиальных пучков, согласно Бэндрес [7], эквивалентны некоторому небольшому повороту оси  $OZ$  в пространстве. Физических следствий при этом, естественно, не возникает.

### 3 Графическое моделирование эллипсов поляризации, интенсивности и поперечных потоков энергии ТМ-модов Гаусса

На рисунках 3.1 а) – 3.3 а) изображены эллипсы поляризации вместе с направлениями

вращения для ТМ-мода Гаусса с простым астигматизмом. Поляризация ТМ-мода Гаусса в сечении пучка является сильно неоднородной по поперечному сечению пучка и, в общем случае, эллиптической. Она зависит от координат  $x, y, z$  и не зависит явно от 3D-гауссиана  $G = G_x G_y$ .

Вдоль осей координат  $OX$  и  $OY$  эллиптичность волн строго равна нулю. С возрастанием расстояния от оси пучка поляризация постепенно становится линейной радиальной.

Картинки интенсивности представляют собой два пятна. Общая симметрия картин эллипсов поляризации, спинового и орбитального потоков энергии, а также эллипса интенсивности –  $2_z$ .

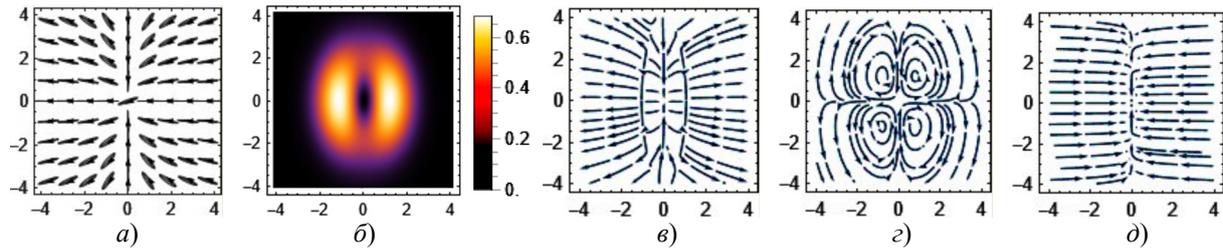


Рисунок 3.1 – Эллипсы поляризации, интенсивность  $I$  и линии поперечных потоков энергии ТМ-векторных астигматических гауссовых пучков с простым астигматизмом: а) эллипсы поляризации; б) интенсивность  $I$ ; в) линии общего  $S_{\perp}$  потока энергии; г) линии спинового  $S_s$  потока энергии; д) линии орбитального  $S_o$  потока энергии. Свободные безразмерные параметры:  $z = 0$ ;  $q'_{0x} = 1,0$ ;

$$q'_{0y} = 0,3; q''_{0x} = 2; q''_{0y} = 6$$

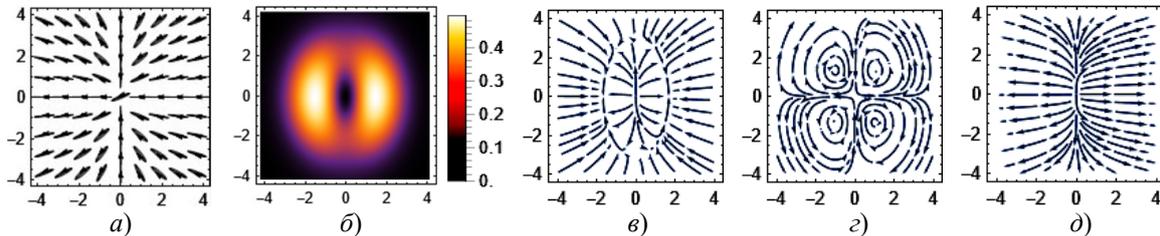


Рисунок 3.2 – Эллипсы поляризации, интенсивность  $I$  и линии поперечных потоков энергии ТМ-векторных астигматических гауссовых пучков с простым астигматизмом: а) эллипсы поляризации; б) интенсивность  $I$ ; в) линии общего  $S_{\perp}$  потока энергии; г) линии спинового  $S_s$  потока энергии; д) линии орбитального  $S_o$  потока энергии. Свободные безразмерные параметры:  $z = 3$ ;  $q'_{0x} = 1,0$ ;

$$q'_{0y} = 0,3; q''_{0x} = 2; q''_{0y} = 6$$

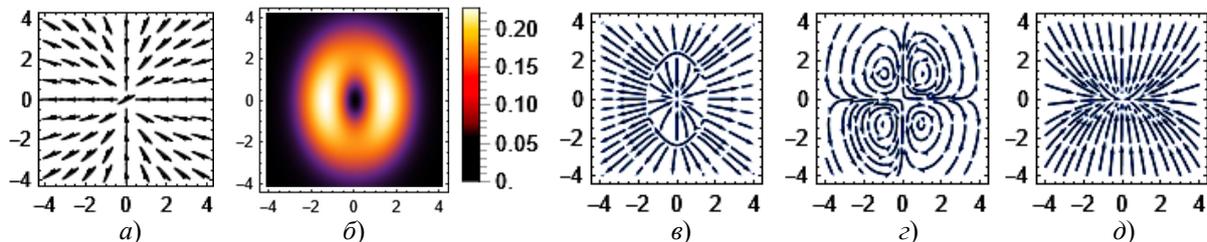


Рисунок 3.3 – Эллипсы поляризации, интенсивность  $I$  и линии поперечных потоков энергии ТМ-векторных астигматических гауссовых пучков с простым астигматизмом: а) эллипсы поляризации; б) интенсивность  $I$ ; в) линии общего  $S_{\perp}$  потока энергии; г) линии спинового  $S_s$  потока энергии; д) линии орбитального  $S_o$  потока энергии. Свободные безразмерные параметры:  $z = 0$ ;  $q'_{0x} = 0,4$ ;

$$q'_{0y} = 2,6; q''_{0x} = 3,5; q''_{0y} = 6$$

Интересно, что линии поперечных спиновых потоков энергии представляют собой замкнутые кривые, как и для однородной поляризации. Однако видны четыре разделенных сектора. Линии спинового  $S_s$  потока энергии уже не повторяют форму пятна интенсивности. Линии общего  $S_{\perp}$  потока энергии также образуют более сложные картины.

### Заключение

В данной работе записаны новые решения векторного параболического уравнения, описывающие параксиальные векторные световые гауссовы пучки с простым астигматизмом и с однородной и неоднородной поляризациями (ТМ-моды). Представлены явные выражения для векторов поля, для интенсивности, спинового, орбитального и общего поперечного потоков энергии векторных параксиальных световых пучков Гаусса с простым астигматизмом. Обсуждались пучки с однородной и неоднородной (ТМ-моды) поляризациями. Сформулированы ограничения на свободные параметры гауссовых пучков, чтобы они переносили конечную мощность.

Проведенное графическое моделирование эллипсов поляризации, интенсивности и поперечных потоков энергии (орбитального  $S_o$ , спинового  $S_s$  и общего  $S_{\perp} = S_o + S_s$ ) для рассматриваемых типов векторных гауссовых пучков подтвердило и проиллюстрировало правильность аналитических расчетов.

Варьирование свободных параметров позволяет в определенных пределах изменять физические свойства рассматриваемых пучков Гаусса с простым астигматизмом. Это может открыть новые перспективы использования таких пучков.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаренко, А.М. Гауссовы пучки света / А.М. Гончаренко. – Минск: Наука и техника, 1977. – 142 с.
2. Киселев, А.П. Локализованные световые волны: параксиальные и точные решения волнового уравнения (обзор) / А.П. Киселев // Оптика и спектроскопия. – 2007. – Т. 102, № 4. – С. 661–681.
3. Абрамочкин, Е.Г. Современная оптика гауссовых пучков / Е.Г. Абрамочкин, В.Г. Волостников. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 184 с.
4. Ананьев, Ю.А. Оптические резонаторы и лазерные пучки / Ю.А. Ананьев. – Москва: Наука, 1990. – 264 с.
5. Neyman, H. Gaussian beam and pulsed beam dynamics: complex-source and complex-spectrum formulations within and beyond paraxial asymptotics / E. Neyman, L.B. Felsen // J. Opt. Soc. Am. A. – 2001. – Vol. 18. – P. 1588–1611.

6. *Paraxial Gaussian modes with simple astigmatic phases and nonpolynomial amplitudes* / A.B. Plachenov [et al.], // Proc. of the Inter. Conf. DAYS on DIFFRACTION. – 2017. – P. 264–269.

7. *Bandres, M.A. Cartesian beams* / M.A. Bandres, J.C. Gutierrez-Vega // Optics Letters. – 2007. – Vol. 32, № 23. – P. 3459–3461.

8. *Berry, M.V. Optical currents* / M.V. Berry // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. – 2009. – Vol. 11 (9). – P. 094001.

9. *Bekshaev, A. Internal flows and energy circulation in light beams* / A. Bekshaev, K. Bliokh, M. Soskin // Journal of Optics. – 2011. – Vol. 13 (5). – P. 053001.

10. *Гиргель, С.С. Поляризационные и энергетические свойства векторных параксиальных гауссовых световых пучков* / С.С. Гиргель // Проблемы физики, математики и техники. – 2012. – № 3 (12). – С. 19–23.

11. *Гиргель, С.С. Свойства векторных параксиальных световых пучков. I. Однородная поляризация* / С.С. Гиргель // Проблемы физики, математики и техники. – 2011. – № 1 (6). – С. 20–24.

12. *Гиргель, С.С. Свойства векторных параксиальных световых пучков. II. Неоднородная поляризация* / С.С. Гиргель // Проблемы физики, математики и техники. – 2012. – № 1 (10). – С. 11–14.

13. *Гиргель, С.С. Поляризационные и энергетические свойства векторных гауссовоподобных пучков. I. Однородная поляризация* / С.С. Гиргель // Проблемы физики, математики и техники. – 2016. – № 1 (26). – С. 17–21.

14. *Гиргель, С.С. Поляризационные и энергетические свойства векторных гауссовоподобных пучков. II. Неоднородная поляризация* / С.С. Гиргель // Проблемы физики, математики и техники. – 2017. – № 4 (33). – С. 7–10.

15. *Гиргель, С.С. Векторные циркулярные параксиальные пучки Куммера–Гаусса. Поляризация и энергетические свойства* / С.С. Гиргель // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 3 (56). – С. 7–11.

16. *Гиргель, С.С. Энергетические характеристики векторных циркулярных пучков Куммера конечной мощности. II. Неоднородная поляризация* / С.С. Гиргель // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 1 (54). – С. 20–24.

Поступила в редакцию 03.09.2024.

### Информация об авторах

Гиргель Сергей Сергеевич – д.ф.-м.н., профессор