

УДК 523.42

DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_23

EDN: RNRZHA

ФУНКЦИЯ ПЛОТНОСТИ ДЛЯ МОДЕЛИ ЗЕМЛЕПОДОБНОЙ ВЕНЕРЫ**О.В. Новикова, Г.Ю. Тюменков***Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины***DENSITY FUNCTION FOR A MODEL OF EARTH-LIKE VENUS****O.V. Novikova, G.Yu. Tyumenkov***Francisk Skorina Gomel State University*

Аннотация. Проведено корректирующее моделирование функции плотности Венеры на основе модели PVM, предполагающей пятислойную внутреннюю структуру планеты. Получен аналитический и графический вид новых функций плотности для трёх физически правомерных приближений, обусловленных допустимыми изменениями размеров ядра и коры планеты.

Ключевые слова: внутреннее строение, масса планеты, радиус планеты, функция плотности, шаровой слой, модель PVM.

Для цитирования: Новикова, О.В. Функция плотности для модели землеподобной Венеры / О.В. Новикова, Г.Ю. Тюменков // Проблемы физики, математики и техники. – 2024. – № 3 (60). – С. 23–26. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_23. – EDN: RNRZHA

Abstract. A corrective modeling of the density function of Venus based on the PVM model, which assumes a five-layer internal structure of the planet, is carried out. The analytical and graphical forms of new density functions are obtained for three physically valid approximations, conditioned by permissible changes in the dimensions of the planet's core and crust.

Keywords: internal structure, planet mass, planet radius, density function, spherical layer, PVM model.

For citation: Novikova, O.V. Density function for a model of earth-like Venus / O.V. Novikova, G.Yu. Tyumenkov // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2024. – № 3 (60). – P. 23–26. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_23 (in Russian). – EDN: RNRZHA

Введение

Научные исследования внутреннего строения Венеры, в отличие от её атмосферы и поверхности, оказались крайне затруднительными из-за технически сложных условий на поверхности – давление 9,3 МПа, температура около 740 К. Имеющееся научное оборудование пока не позволяет в таких условиях проводить сейсмические эксперименты. Ближайший разрабатываемый совместный проект Роскосмоса и NASA – отправка станции Венера-Д, спускаемый модуль которой будет иметь новейший сейсмометр, способный проработать на поверхности в указанных условиях около двух месяцев.

В силу вышесказанного внутреннее строение Венеры описывается в рамках модельных представлений, опирающихся на разностороннюю эмпирическую базу [1]–[6]. При этом часто используются элементы сравнительного моделирования, основанного на её схожести с Землёй [7], [8]. В свою очередь теория Земли во всех её физических проявлениях достаточно хорошо разработана [9]. Поэтому в землеподобных моделях Венеры реализуется приближение пяти шаровых слоёв, как и у Земли (условно: 1 – ядро; 2, 3, 4 – промежуточные слои и 5 – кора). При

этом основополагающей моделью является так называемая параметрически простая модель Венеры (PVM) [10], допускающая, что будет показано ниже, некоторую доработку применительно, в частности, к математическому виду функций плотности шаровых слоёв, а, следовательно, и к виду функции плотности Венеры в целом.

Поэтому целью данной работы является модификация функций плотности шаровых слоёв с учётом точных значений массы и радиуса планеты, а также значений плотностей на границах верхних слоёв и их толщин, величины которых можно считать более достоверными, чем у слоёв нижних.

Приведём некоторые физические характеристики Венеры, которые будем использовать в дальнейших расчётах:

– масса (без атмосферы) [5]

$$M = 4,86682 \cdot 10^{24} \text{ кг};$$

– средний радиус (без атмосферы) [1]

$$R = 6051,8 \text{ км};$$

– плотность коры [10] $\rho_k = 2800 \text{ кг/м}^3$;

– плотность в центре [10] $\rho_{ц} = 11742 \text{ кг/м}^3$;

– допустимые значения радиуса ядра (нижнего) [2] $r_{ня} = 2800\text{--}3500 \text{ км}$;

– допустимые значения толщины коры [3]

$$H_k = 12\text{--}65 \text{ км}.$$

1 Функции плотности в параметрически простой модели Венеры (PVM)

Параметрически простая модель Венеры (PVM) была сформулирована в работе [10]. Фигурирующие в ней функции плотности, используемые до настоящего времени, например [8], приведены в Таблице 1.1. Они имеют полиномиальный вид, удовлетворяют условию

$$\frac{d^2\rho_i}{dr^2} \leq 0,$$

необходимость выполнения которого обоснована в [11], и параметризованы безразмерным расстоянием r/R , где радиус Венеры $R_{PVM} = 6050$ км.

Таблица 1.1 – Функции плотности для шауровых слоёв в PVM

№ слоя	Функция плотности слоя $\rho_i(r)$, кг/м ³	Диапазон расстояний от центра, км
1	$\rho_1(r) = 11742 - 170 \cdot r/R - 5402 \cdot (r/R)^2 - 3642 \cdot (r/R)^3$	0–3207
2	$\rho_2(r) = 6770 - 2467 \cdot r/R - 266 \cdot (r/R)^2$	3207–5303
3	$\rho_3(r) = 10101 - 6871 \cdot r/R$	5303–5579
4	$\rho_4(r) = 7374 - 4146 \cdot r/R$	5579–5980
5	$\rho_5(r) = 2800$	5980–6050

Интеграл от функций плотности вида

$$M = 4\pi \sum_{i=1}^5 \int_{r_i}^{r_{i+1}} \rho_i(r) r^2 dr \quad (1.1)$$

определяет массу планеты. Функции плотности Венеры из Таблицы 1.1, проинтегрированные в диапазоне указанных расстояний от центра планеты, дают массу Венеры M_{PVM}

$$M_{PVM} = 4,8612 \cdot 10^{24} \text{ кг.} \quad (1.2)$$

Полученный результат имеет заметное абсолютное отклонение ΔM от реальной массы $M = 4,86682 \cdot 10^{24}$ кг:

$$\Delta M = (M - M_{PVM}) = 5,62 \cdot 10^{21} \text{ кг.}$$

Видим, что ΔM достаточно велико, поэтому попробуем модифицировать функции плотности $\rho_i(r)$ согласно требованиям, сформулированным нами во Введении. Следствием чего будет нулевое значение ΔM .

Но прежде определим значения нижних и верхних плотностей на границах слоёв. Эти плотности определяются химическим составом и фазовым состоянием вещества слоя, поэтому могут считаться одинаковыми в различных, но близких по физическому содержанию моделях. Данное утверждение в большей степени относится к верхним слоям, подвергающимся меньшему давлению.

Используя данные Таблицы 1.1, рассчитаем значения плотностей на границах слоёв, введя соответственно верхнюю $\rho_{i(верх)}(r)$ и нижнюю $\rho_{i(нижн)}(r)$ плотности. Результаты расчётов приведены в Таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Значения плотностей на границах слоёв

№ слоя	r_i в PVM, км	$\rho_{i(нижн)}(r)$, кг/м ³	$\rho_{i(верх)}(r)$, кг/м ³
1	0	11742,0	–
1	3207	–	9591,5
2	3207	5387,5	–
2	5303	–	4403,3
3	5303	4078,4	–
3	5579	–	3765,0
4	5579	3550,8	–
4	5980	–	3276,0
5	5980	2800,0	–
5	6050	–	2800,0

2 Модификация функции плотности

Значения толщин трёх верхних слоёв разумно полагать более достоверными, поэтому для новых функций плотности мы их не изменим. Функции плотности $\rho_i(r)$ подвергнем модификации с учетом их значений на границах слоёв, используя верхнюю $\rho_{i(верх)}(r)$ и нижнюю $\rho_{i(нижн)}(r)$ плотности для новых расстояний от центра планеты, сохранив также при этом их полиномиальный вид.

Так как предполагается сделать три приближения для возможных различных значений размеров ядра (нижнего) и коры, то введем дополнительный индекс приближения $j = 1, 2, 3$. Теперь значение $R = 6051,8$ км. И, таким образом, $\rho_i^j(r)$ будем определять, исходя из общего вида

$$\rho_i^j(r) = A_i^j + B_i^j \cdot \frac{r}{R} + C_i^j \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^2 + D_i^j \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^3, \quad (2.1)$$

на основе использования:

- неизменной функции плотности коры $\rho_5^j(r) = \rho_5(r)$;
- линейного приближения и значений соответствующих верхних и нижних плотностей слоёв при неизменных толщинах для $\rho_3^j(r)$ и $\rho_4^j(r)$;
- параболического приближения с незначительным изменением значений верхних и нижних плотностей и толщины слоя для $\rho_2^j(r)$;
- кубического приближения с незначительным изменением значения верхней плотности слоя для $\rho_1^j(r)$ при неизменной нижней, а также нормировки полной функции плотности на массу планеты $M = 4,86682 \cdot 10^{24}$ кг.

Результаты расчётов на основе выражения (2.1) и оговоренных условий, точно соответствующие значению $M = 4,86682 \cdot 10^{24}$ кг, представлены в Таблицах 2.1–2.3. То есть, по условию моделирования $\Delta M = 0$ изначально. Нормировка на реальную массу Венеры осуществлялась интегралом (1.1). Невзирая на простой полиномиальный вид функций плотности слоёв, интегрирование

с целью ускорения и оптимизации процесса расчётов осуществлялось с помощью системы компьютерной алгебры Wolfram Mathematica [12]. Попутно отметим, что помимо указанного инструмента при астрофизических и астрономических численных исследованиях удобно использовать язык Python [13].

2.1 Приближение 1

Приближение 1 предполагает минимизацию размеров толщины коры и радиуса ядра, согласно [3] и [2], соответственно: $h_K = 12$ км, $r_J = 2800$ км.

Таблицу 2.1 – Функции плотности для шаровых слоёв в Приближении 1

№ слоя	Функция плотности слоя $\rho_i^1(r)$, кг/м ³	Диапазон расстояний от центра, км
1	$\rho_1^1(r) = 11742 - 170 \cdot r / R - 5402 \cdot (r/R)^2 - 3645 \cdot (r/R)^3$	0–2800
2	$\rho_2^1(r) = 7071 - 2466,6 \cdot r / R - 266 \cdot (r/R)^2$	2800–5363
3	$\rho_3^1(r) = 10167,6 - 6871,3 \cdot r / R$	5363–5639
4	$\rho_4^1(r) = 7415,2 - 4147,3 \cdot r / R$	5639–6039,8
5	$\rho_5^1(r) = 2800$	6039,8–6051,8

В Таблице 2.1 и далее обновлённые численные значения коэффициентов функций плотности будем выделять жирным шрифтом.

2.2 Приближение 2

Приближение 2 предполагает максимизацию размеров толщины коры и радиуса ядра, согласно [3] и [2], соответственно: $h_K = 65$ км, $r_J = 3500$ км.

Таблицу 2.2 – Функции плотности для шаровых слоёв в Приближении 2

№ слоя	Функция плотности слоя $\rho_i^2(r)$, кг/м ³	Диапазон расстояний от центра, км
1	$\rho_1^2(r) = 11742 - 170 \cdot r / R - 5402 \cdot (r/R)^2 - 3633,1 \cdot (r/R)^3$	0–3500
2	$\rho_2^2(r) = 6047 - 2010 \cdot r / R - 260,6 \cdot (r/R)^2$	3500–5310
3	$\rho_3^2(r) = 10107,4 - 6871,3 \cdot r / R$	5310–5586
4	$\rho_4^2(r) = 7378,9 - 4147,3 \cdot r / R$	5586–5986,8
5	$\rho_5^2(r) = \rho_5(r) = 2800$	5986,8–6051,8

2.3 Приближение 3

Приближение 3 использует средние размеры толщины коры и радиуса ядра, согласно [3] и [2], соответственно: $h_K = 38,5$ км, $r_J = 3150$ км.

Таблица 2.3 – Функции плотности для шаровых слоёв в Приближении 3

№ слоя	Функция плотности слоя $\rho_i^3(r)$, кг/м ³	Диапазон расстояний от центра, км
1	$\rho_1^3(r) = 11742 - 170 \cdot r / R - 5402 \cdot (r/R)^2 - 3660 \cdot (r/R)^3$	0–3150
2	$\rho_2^3(r) = 6794 - 2467 \cdot r / R - 266 \cdot (r/R)^2$	3150–5336,3
3	$\rho_3^3(r) = 10138,8 - 6872,8 \cdot r / R$	5336,3–5612,3
4	$\rho_4^3(r) = 7397 - 4147 \cdot r / R$	5612,3–6013,3
5	$\rho_5^3(r) = \rho_5(r) = 2800$	6013,3–6051,8

3 Графический вид функций плотности

Данные Таблицы 1.1 и Таблиц 2.1–2.3 позволяют получить графическое изображение исходной функции плотности в модели PVM и модельных функций плотности для трёх предложенных приближений.

Видно, что заметные отличия имеются в областях первого и второго слоя, что связано с используемыми при моделировании возможными размерами ядра и коры. Но при этом все эти функции плотности точно нормированы на массу Венеры.

Использование предельных значений для размеров ядра и коры говорит о том, что кривые 1 и 2 ограничивают область нахождения реальной функции плотности, неким образом коррелирующей с кривыми 3 и 4.

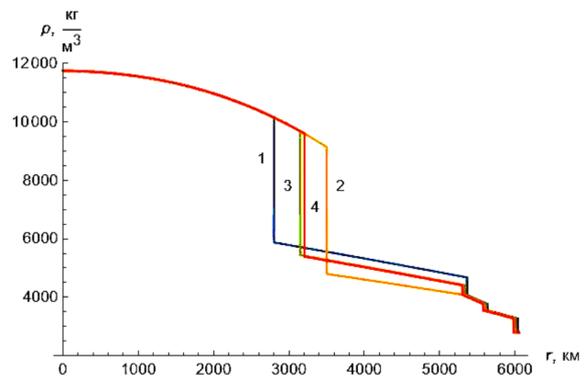


Рисунок 2.1 – Модельные функции плотности Венеры: 1, 2, 3 соответствуют номерам Приближений, 4 – модели PVM

Заключение

Таким образом, в работе получен аналитический и графический вид функций плотности планеты Венеры для трёх физически правомерных приближений, обусловленных допустимыми вариациями размеров её ядра и коры. Все приближения функций плотности точно задают массу планеты и определены на расстоянии,

соответствующем радиусу планеты. Они могут рассматриваться как варианты оптимизации функции плотности в модели PVM. Надеемся, что полученные в работе результаты смогут быть полезными при проведении дальнейшего более детального моделирования внутреннего строения Венеры с использованием данных новейших экспериментов и будут соответствовать результатам сейсмологических наблюдений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotation Elements: 2015* / B.A. Archinal [et al.] // *Celest. Mech. Dyn. Astr.* – 2018. – Vol. 130, № 22. – P. 1–46.
2. *Tidal Constraints of the Interior of Venus* / C. Dumoulin, G. Tobie, O. Verhoeven, N. Rembaux // *J. Geophys. Res. Planet.* – 2017. – Vol. 122, № 6. – P. 1338–1352.
3. *Yang, A. Separation of Dynamic and Isostatic Components of the Venusian Gravity and Topography and Determination of the Crustal Thickness of Venus* / A. Yang, J. Huang, D. Wei // *Planet and Space Sci.* – 2016. – Vol. 129. – P. 24–31.
4. *The deep interior of Venus, Mars and the Earth: a brief review and the need for planetary surface-based measurements* / A. Mocquet, P. Rosenblatt, V. Dehant, O. Verhoeven // *Planet and Space Sci.* – 2011. – Vol. 5. – P. 1048–1061.
5. *Venus Fact Sheet* [Electronic resource]. – Mode of access: <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/venusfact.html/>. – Date of access: 04.06.2024.
6. *Basilevsky, A.T. The Surface of Venus* / A.T. Basilevsky, J.W. Head // *Rep. Prog. Phys. Journal.* – 2003. – Vol. 66, № 10. – P. 1699–1734.
7. *Гудкова, Т.В. О параметрах землеподобной модели Венеры* / Т.В. Гудкова, В.Н. Жарков // *Астрономический вестник.* – 2019. – Т. 53, № 1. – С. 1–4.
8. *Гудкова, Т.В. Модели внутреннего строения землеподобной Венеры* / Т.В. Гудкова, В.Н. Жарков // *Астрономический вестник.* – 2020. – Т. 54, № 1. – С. 24–32.
9. *Anderson, D.L. Theory of the Earth* / D.L. Anderson. – Boston: Blackwell Scientific Publications, 1998. – 379 p.
10. *Жарков, Н.В. Физическая модель Венеры* / Н.В. Жарков, И.Я. Засурский // *Астрономический вестник.* – 1982. – Т. 16, № 1. – С. 18–28.
11. *Уильям, Б. Внутреннее строение планет* / Б. Уильям. – Москва: Мир, 1987. – 328 с.
12. *Wolfram, S. Metamathematics: Foundations & Physicalization* / S. Wolfram. – New York: Wolfram Media Inc., 2022. – 190 p.
13. *Schmidt, W. Numerical Python in astronomy and astrophysics* / W. Schmidt, M. Völschow. – Cham, Switzerland: Springer, 2021. – 260 p.

Поступила в редакцию 14.06.2024.

Информация об авторах

Новикова Ольга Владимировна – магистр ф.-м.н.
Тюменков Геннадий Юрьевич – к.ф.-м.н., доцент