

## РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ЛАЗЕРНОЙ РЕЗКИ ХРУПКИХ НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Ю.В. Никитюк, В.А. Прохоренко, О.М. Демиденко, В.С. Смородин, А.В. Воруев

*Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины*

## DEVELOPMENT OF SOFTWARE TOOLS FOR MODELING AND OPTIMIZATION OF LASER CUTTING PARAMETERS OF BRITTLE NON-METALLIC MATERIALS

Yu.V. Nikitjuk, V.A. Prokhorenko, O.M. Demidenko, V.S. Smorodin, A.V. Voruev

*Francisk Skorina Gomel State University*

**Аннотация.** Описана разработка средств моделирования и поиска оптимальных параметров процесса лазерной резки хрупких неметаллических материалов методом лазерного раскалывания. Программные средства реализованы на языке Python и предназначены для конечно-элементного моделирования, нейросетевого моделирования и поиска оптимальных параметров с применением генетического алгоритма. Применение разработанных программных средств рассмотрено на примере поиска оптимальных параметров резки кварцевой пластины.

**Ключевые слова:** нейросетевое моделирование, конечноэлементное моделирование, FEniCS лазерная резка, генетический алгоритм, оптимизация параметров.

**Для цитирования:** Разработка программных средств моделирования и оптимизации параметров лазерной резки хрупких неметаллических материалов / Ю.В. Никитюк, В.А. Прохоренко, О.М. Демиденко, В.С. Смородин, А.В. Воруев // Проблемы физики, математики и техники. – 2024. – № 3 (60). – С. 18–22. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2024\\_3\\_60\\_18](https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_18). – EDN: VFWQQP

**Abstract.** This paper describes the development of tools for modeling and searching for optimal parameters for the process of laser cutting of brittle non-metallic materials using laser chopping. Software tools are designed for finite element modeling, neural network modeling and searching for optimal parameters using a genetic algorithm and are implemented in Python. The use of the developed software is shown using the example of searching for optimal parameters for cutting a quartz plate.

**Keywords:** neural network modeling, finite element modeling, FEniCS laser cutting, genetic algorithm, parameter optimization.

**For citation:** Development of software tools for modeling and optimization of laser cutting parameters of brittle non-metallic materials / Yu.V. Nikitjuk, V.A. Prokhorenko, O.M. Demidenko, V.S. Smorodin, A.V. Voruev // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2024. – № 3 (60). – P. 18–22. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2024\\_3\\_60\\_18](https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_18) (in Russian). – EDN: VFWQQP

### Введение

Метод резки стекол путем лазерного раскалывания [1]–[10] обладает рядом существенных преимуществ, таких как высокая точность разделения и высокая скорость обработки, что делает его особенно востребованным в современных технологических процессах. Разработка средств автоматизированного поиска оптимальных параметров лазерной резки стекол представляет собой, таким образом, важную научно-практическую задачу.

На рисунке 0.1 показана схема процесса лазерного раскалывания пластины эллиптическим лазерным пучком с применением хладагента (вид сверху).

В данной работе представлены разработанные авторами программные средства моделирования и

поиска оптимальных параметров процесса лазерной резки хрупких неметаллических материалов методом лазерного раскалывания.

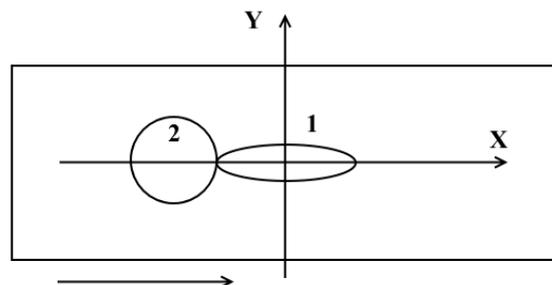


Рисунок 0.1 – Схема процесса лазерной резки, вид сверху: 1 – зона воздействия лазерного излучения, 2 – зона воздействия хладагента

В основе подхода лежит последовательное применение конечноэлементного и нейросетевого моделирование откликов задачи и осуществление поиска оптимальных параметров лазерной резки с применением авторского генетического алгоритма.

### 1 Конечноэлементное моделирование процесса лазерной резки

Обрабатываемым изделием в рассматриваемой задаче является пластина из силикатного стекла. На поверхность пластины воздействуют лазерное излучение (длина волны 10,6 мкм, эллиптический пучок) и хладагент.

Факторы задачи:

- скорость движения лазерного пучка и хладагента ( $V$ );
- мощность лазерного излучения ( $P$ );
- полуоси эллиптического пучка ( $A, B$ ).

Отклики задачи:

- максимальные напряжения растяжения ( $\sigma_{yy}$ );
- максимальная температура в зоне обработки ( $T_{max}$ ).

Тепловая задача описывается уравнением:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T + f \quad (1.1)$$

в области пространства  $\Omega$  на промежутке времени  $(0, t_{max}]$  с граничным условием  $T = T_D$  на  $\partial\Omega$  и начальными условиями  $T = T_0$  в момент времени  $t = 0$ . Искомая функция зависит от времени и координаты в трехмерном пространстве ( $T = T(x, y, z, t)$ ).

При решении зависимых от времени уравнений в частных производных вводится дискретизация времени. Производная по времени может быть аппроксимирована как отношение разности текущего значения функции и значения с предыдущего шага  $\Delta t$  и величины шага по времени  $\Delta t$ :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^{n+1} \approx \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t}. \quad (1.2)$$

Таким образом,

$$\frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} = \nabla^2 T^{n+1} + f^{n+1}. \quad (1.3)$$

При известных начальных условиях возможно его решить для следующих моментов времени  $T^0, T^1, T^2, \dots$ :

$$T^{n+1} - \Delta t \nabla^2 T^{n+1} = T^n + \Delta t f^{n+1} = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.4)$$

Применение метода конечных элементов требует приведения уравнений к слабой форме. Используется умножение на тестовую функцию  $v \in \hat{F}$  и производится интегрирование вторых производных по частям, слабую форму можно записать как

$$a(T, v) = L_{n+1}(v), \quad (1.5)$$

где

$$a(T, v) = \int_{\Omega} (Tv + \Delta t \nabla T \cdot \nabla v) dx, \quad (1.6)$$

$$L_{n+1}(v) = \int_{\Omega} (T^n + \Delta t f^{n+1}) v dx. \quad (1.7)$$

Помимо решения вариационной задачи на каждом шаге также необходимо аппроксимировать начальные условия. В вариационной форме они принимают вид:

$$a_0(T, v) = \int_{\Omega} Tv dx, \quad (1.8)$$

$$L_0(v) = \int_{\Omega} T_0 v dx. \quad (1.9)$$

Моделирование выполнялось для слабо-связной постановки задачи.

Вариационную форму задачи упругости можно записать как

$$\int_{\Omega} \frac{\sigma(u)}{\varepsilon(v)} d\Omega = \int_{\Omega} g \cdot v d\Omega. \quad (1.10)$$

Уравнение термоупругости может быть записано как:

$$\sigma = \mathbb{C} : (\varepsilon - \alpha(T - T_0)I) = \lambda tr(\varepsilon)I + 2\mu\varepsilon - \alpha(3\lambda + 2\mu)(T - T_0)I, \quad (1.11)$$

где  $\lambda, \mu$  – параметры Ламе,  $\alpha$  – коэффициент теплового расширения,  $I$  – единичная матрица.

Алгоритм конечноэлементного моделирования задачи имплементирован с использованием открытой библиотеки FEniCS [11] на языке Python. Библиотека FEniCS предоставляет обширный инструментарий для решения дифференциальных уравнений в частных производных, позволяя поставить и решить соответствующие вариационные задачи с применением выбранного типа конечных элементов.

Для численных экспериментов использована дискретизация по времени  $\Delta t = 0,1$  с.

Пример визуализации температурных полей и термоупругих полей напряжения на обрабатываемой поверхности пластины, полученных в результате выполнения конечноэлементного расчета, показана на рисунках 1.1 и 1.2. Визуализация выполнена средствами языка Python и библиотеки Matplotlib.

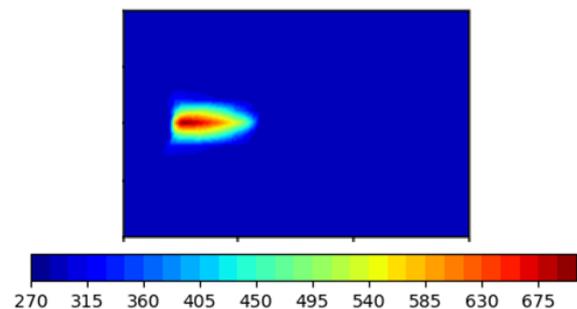


Рисунок 1.1 – Визуализация вычисленных температурных полей на обрабатываемой поверхности пластины,  $K$

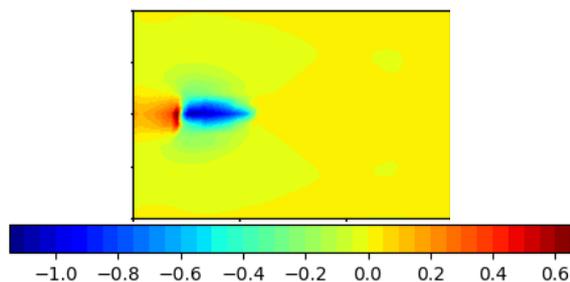


Рисунок 1.2 – Визуализация вычисленных полей напряжений растяжения  $\sigma_{yy}$  на обрабатываемой поверхности пластины,  $10^2$  МПа

## 2 Нейросетевое моделирование параметров лазерной резки

Исходные данные для нейросетевого моделирования получены в результате проведения численных экспериментов (конечноэлементного моделирования). Проведено 64 эксперимента с различными вариациями значений факторов, рассчитаны аппроксимируемые величины  $\sigma_{yy}$  и  $T_{max}$ .

Модели нейросетевых аппроксиматоров, их алгоритмы обучения реализованы на языке Python с использованием библиотеки Keras [12].

Была использована методика поиска оптимальных архитектур трехслойных аппроксиматоров перебором [8]. Тепловые карты распределений MSE для аппроксиматоров откликов  $\sigma_{yy}$  и  $T_{max}$  показаны на рисунке 2.1. В данной работе число нейронов варьировалось в диапазоне от 10 до 55 с шагом 5.

В таблице 2.1 приведены значения метрик для наилучших архитектур аппроксиматоров температуры  $T_{max}$  и напряжения  $\sigma_{yy}$ .

В результате применения метода найдены оптимальные трехслойные архитектуры [25-25-1] для аппроксимации  $\sigma_{yy}$  и [25-30-1] для аппроксимации  $T_{max}$ .

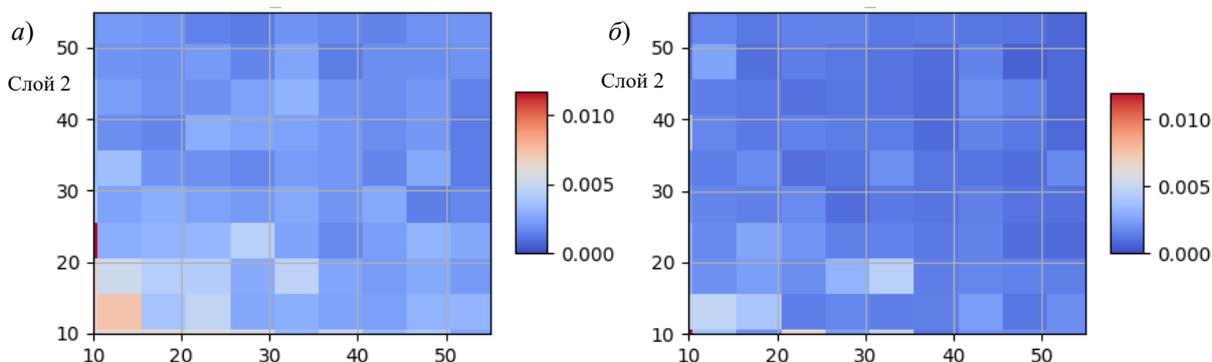


Рисунок 2.1 – Тепловые карты распределений значений среднеквадратичной ошибки (MSE), полученные в результате кросс-валидации трехслойных архитектур-кандидатов нейросетевых аппроксиматоров откликов  $T$  (а) и  $\sigma_{yy}$  (б)

Таблица 2.1 – Значения метрик MSE и  $R^2$  для выбранных архитектур аппроксиматоров максимальной температуры  $T$  (первая строка) и максимального напряжения растяжения  $\sigma_{yy}$  (вторая строка)

Архитектура нейросети	MSE	$R^2$	Количество эпох обучения
25-30-1	0,0012	0,97	152
25-25-1	0,0021	0,95	148

## 3 Поиск оптимальных параметров процесса лазерного раскалывания стеклянных пластин

Для осуществления многокритериальной оптимизации использован авторский генетический алгоритм [8]–[10]. Задана целевая функция для максимизации откликов  $\sigma_{yy}$  и  $V$ . В целевой функции использованы нормализованные (в диапазоне [0; 1]) значения всех параметров задачи  $(A', B', V', P', \sigma'_{yy})$ . Генетический алгоритм минимизирует целевую функцию  $L(A', B', V', P')$ , которая включает в себя слагаемые, соответствующие оптимизируемым параметрам (аппроксимированное нейронной сетью значение  $\sigma_{yy}$  и  $V$ ), а также ограничения на выход за диапазоны допустимых значений для факторов задачи  $(A', B', V', P')$ , и ограничению  $T_{max} < 789$  K для аппроксимированного нейронной сетью значения максимальной температуры  $T_{max}$ :

$$L(A', B', V', P') = -(\alpha_1 \sigma'_{yy} + \alpha_2 V') + \beta_1 E_1 + \beta_2 E_2 + \beta_3 E_3 + \beta_4 E_4,$$

$$E_1 = \begin{cases} 1, & A' \notin [0, 1], \\ 0, & A' \in [0, 1]; \end{cases} \quad E_2 = \begin{cases} 1, & B' \notin [0, 1], \\ 0, & B' \in [0, 1]; \end{cases}$$

$$E_3 = \begin{cases} 1, & V' \notin [0, 1], \\ 0, & V' \in [0, 1]; \end{cases} \quad E_4 = \begin{cases} 1, & P' \notin [0, 1], \\ 0, & P' \in [0, 1]; \end{cases}$$

$$E_5 = \begin{cases} 1, & T_{max} \geq 789K, \\ 0, & T_{max} < 789K; \end{cases}$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5; \beta_i = 1,0, i = \overline{1,5}.$$

На рисунке 3.1 показан график изменения значений целевой функции (наилучшее значение и среднее по популяции) в процессе поиска оптимальных значений параметров с применением генетического алгоритма (размер популяции 250, число поколений 30).

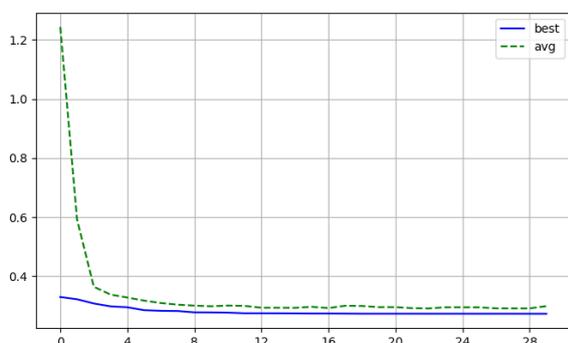


Рисунок 3.1 – Процесс сходимости генетического алгоритма на протяжении 30 поколений

В результате применения генетического алгоритма найдены оптимальные значения факторов, представленные в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Найденные оптимальные значения параметров лазерной резки

$V$ , м/с	$A$ , мм	$B$ , мм	$P$ , Вт	$T$ , К	$\sigma_{yy}$ , МПа
0,005	3,7	1,01	5,99	716,5 (692)	68,8 (66,2)

Установлено, что вычисленные с применением аппроксимации значения напряжения  $\sigma_{yy}$  и температуры  $T$  для найденного набора оптимальных параметров задачи определены с погрешностями, не превышающими 4% (в скобках в таблице 3.2 указаны значения, полученные в результате конечноэлементного расчета с использованием разработанных программных средств).

### Заключение

В данной работе описана методика применения конечноэлементных расчетов, нейросетевого моделирования и генетического алгоритма для многокритериальной оптимизации процесса лазерной резки стеклянных пластин эллиптическими пучками методом лазерного раскалывания. Разработаны соответствующие программные средства, включающие в себя средства конечноэлементного моделирования задачи с применением открытой библиотеки FEniCS, средства нейросетевого моделирования с применением открытой библиотеки Keras с возможностью поиска оптимальной архитектуры нейросетевого аппроксиматора и авторский генетический алгоритм.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Kondratenko, V.S. Precision Cutting of Glass and Other Brittle Materials by Laser-Controlled Thermo-Splitting / V.S. Kondratenko, S.A. Kudzh // Glass and ceramics. – 2017. – № 74. – P. 75–81.

2. Serdyukov, A.N. Features of controlled laser thermal cleavage of crystalline silicon / A.N. Serdyukov, S.V. Shalupaev, Y.V. Nikityuk // Crystallography Reports. – 2010. – Vol. 55, № 6. – P. 933–937. – DOI: 10.1134/S1063774510060064

3. Features of controlled laser thermal cleavage of crystal quartz / A.N. Serdyukov, E.B. Shershnev, Y.V. Nikityuk [et al.] // Crystallography Reports. – 2012. – Vol. 57, № 6. – P. 792–797. – DOI: 10.1134/S1063774512060120.

4. Determination of the parameters of two-beam laser splitting of silicate glasses using regression and neural network models / Y.V. Nikityuk, A.N. Serdyukov, I.Y. Aushev // Journal of the Belarusian State University. Physics. – 2022. – № 1. – P. 35–43. – DOI: 10.33581/2520-2243-2022-1-35-43.

5. Применение искусственных нейронных сетей и метода конечных элементов для определения параметров обработки кварцевых золь-гель стекол эллиптическими лазерными пучками / Ю.В. Никитюк, А.Н. Сердюков, В.А. Прохоренко, И.Ю. Аушев // Проблемы физики, математики и техники. – 2021. – № 3 (48). – С. 30–36.

6. Optimization of two-beam laser cleavage of silicate glass / Y.V. Nikityuk, A.N. Serdyukov, I.Y. Aushev // Journal of Optical Technology. – 2022. – Vol. 89, № 2. – P. 121–125. – DOI: 10.1364/JOT.89.000121.

7. Nikityuk, Y.V. Determination of the Parameters of Controlled Laser Thermal Cleavage of Crystalline Silicon Using Regression and Neural Network Models / Y.V. Nikityuk, A.N. Serdyukov // Crystallogr. Rep. – 2023. – Vol. 68. – P. 1199–1204. – DOI: 10.1134/S1063774523600679.

8. Никитюк, Ю.В. Многокритериальная оптимизация параметров лазерной резки кварцевого стекла с применением нейросетевого моделирования и генетического алгоритма / Ю.В. Никитюк, В.А. Прохоренко, А.И. Кулыба // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 3 (56). – С. 26–31.

9. Multi-Criteria Optimization of Quartz Glass Laser Cleaving Parameters via Neural Network Simulation and Genetic Algorithm / Y. Nikityuk, V. Prokhorenko, A. Semchenko, D. Kovalenko // 2023 7th International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT). – 2023. – Astrakhan, Russian Federation. – P. 1–3. – DOI: 10.1109/ICCT58878.2023.10347113.

10. Optimization of Quartz Sol-gel Glass Cutting Parameters by Elliptical Laser Beams Using Neural Network Simulation and Genetic Algorithm / Y. Nikityuk, V. Prokhorenko, A. Semchenko, D. Kovalenko // Recent Advances in Technology Research and Education. Inter-Academia 2023. Lecture Notes

in Networks and Systems; ed. Y. Ono, J. Kondoh. – Springer, Cham, 2023. – Vol. 939. – DOI: 10.1007/978-3-031-54450-7\_34.

11. *Langtangen, H.P.* A Logg Solving PDEs in Python: the FEniCS tutorial I / H.P. Langtangen. – Springer, Cham, 2017. – 146 p. – DOI: 10.1007/978-3-319-52462-7.

12. *Chollet, F.* Deep learning with Python / F. Chollet. – Shelter Island: Manning Publications Co., 2018. – 384 p.

#### Информация об авторах

*Никитюк Юрий Валерьевич* – к.ф.-м.н., доцент  
*Прохоренко Владислав Александрович* – ст. преподаватель  
*Демиденко Олег Михайлович* – д.т.н., профессор  
*Смородин Виктор Сергеевич* – д.т.н., профессор  
*Воружев Андрей Валерьевич* – к.т.н., доцент

*Поступила в редакцию 15.05.2024.*