МАТЕМАТИКА -

УДК 519.633.6

DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_48 EDN: QWEGKN

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕПЛОВОГО РАСШИРЕНИЯ НА КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МАТЕРИАЛА С ЗАКРЫТЫМИ ПОРАМИ

А.Н. Авлас

Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск

SIMULATION OF THE INFLUENCE OF THERMAL EXPANSION ON THE THERMAL CONDUCTIVITY COEFFICIENT OF A CLOSED-PORE MATERIAL

A.N. Aulas

Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk

Аннотация. Рассматривается влияние теплового расширения материала матрицы на эффективный коэффициент теплопроводности материала с закрытыми порами с использованием прямого численного моделирования. Выполнены вычислительные эксперименты. Установлено увеличение коэффициента теплопроводности композитного материала в зависимости от времени термообработки.

Ключевые слова: эффективный коэффициент теплопроводности, коэффициент теплового расширения, математическая модель, сеточные методы, вычислительный эксперимент.

Для цитирования: *Авлас*, *А.Н.* Моделирование влияния теплового расширения на коэффициент теплопроводности материала с закрытыми порами / А.Н. Авлас // Проблемы физики, математики и техники. – 2024. – № 3 (60). – С. 48–53. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_48. – EDN: QWEGKN

Abstract. The effect of thermal expansion of the matrix material on the effective thermal conductivity coefficient of a closedcell material is examined using direct numerical simulation. Computational experiments have been performed. An increase in the thermal conductivity coefficient of the composite material was established depending on the heat treatment time.

Keywords: effective thermal conductivity coefficient, thermal expansion coefficient, mathematical model, grid methods, computational experiment.

For citation: Aulas, A.N. Simulation of the influence of thermal expansion on the thermal conductivity coefficient of a closed-pore material / A.N. Aulas // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2024. – № 3 (60). – P. 48–53. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_48 (in Russian). – EDN: QWEGKN

Введение

При создании покрытий различного типа широко используются композиционные материалы. Однако проектирование новых композиционных материалов связано с высокими затратами на определение их эффективных характеристик, таких как теплофизические и упругопрочностные характеристики.

Сложность определения свойств композиционного материала заключается в его структуре [1]: на свойства композита влияют не только свойства составляющих включений, но также их размер, расположение, форма, распределение относительно друг друга. Кроме того, на свойства композита могут оказать существенное влияние межфазный слой, химические взаимодействия компонент с основным материалом, приводящие к возникновению новых включений и др.

Одной из значимых, при создании композиционны покрытий, характеристик является коэффициент теплопроводности материала. Существует ряд формул, позволяющих вычислить

© Авлас А.Н., 2024 48 значение коэффициента теплопроводности композита в зависимости от значений коэффициентов, составляющих компонент и их объёмной или массовой долей в композите [2]. В качестве примеров можно привести модель Максвелла, статистическую и матричную модели и др. [3]. Существенным недостатком подобного рода моделей является их низкая точность.

Работа является продолжением исследований по определению эффективного коэффициента теплопроводности композиционных материалов с использованием средств вычислительной математики [4]–[7]. В работе исследуется влияние теплового расширения материала, содержащего закрытые поры, на эффективный коэффициент теплопроводности. Для этого используется метод исследования ячейки периодичности композита, основанный на прямом численном математическом моделировании тепловых процессов при нагреве, в котором структура компонент учитывается явным образом [1]. Это приводит к решению задачи распространения тепла по неоднородной области с учетом конкретных теплофизических свойств матрицы и включений. Проводя процедуру осреднения и сопоставляя осреднённые по неоднородной расчётной области параметры с аналогичными результатами, полученными для условно однородной среды, устанавливаются эффективные характеристики.

1 Математическая модель

Рассмотрим прямоугольный представительный объём материала *D*, состоящий из материала матрицы и пор, наполненных газом (воздухом). Предполагаем, что исходные свойства материала матрицы, а также распределение и размер пор известны заранее.

Построение сетки произведём в предположении, что каждая её ячейка состоит из одного материала. Размер ячейки выберем таким образом, чтобы он был меньше размера наименьшей поры в материале.

Введём декартовую систему координат, начало которой поместим в левый верхний угол рассматриваемого объёма. Построим сетку $\Omega_h = \sum_{i \in I, j \in J} \omega^{(i,j)}$, где I, J – пространства индек-

сов: $I = \{0, 1, \dots, n_1\}, J = \{0, 1, \dots, n_2\}, и$ $\omega^{(i,j)} = [ih; (i+1)h_1] \times [jh_2; (j+1)h_2].$

Вид сеточной области приведён на рисунке 1.1 *a*).

Пусть V_m и V_p – объём материала матрицы и пор в исследуемом материале. Тогда объём материала составит $V = V_m + V_p$. Долю материала матрицы и пор обозначим как $K_m = \frac{V_m}{V}$ и $K_p = \frac{V_p}{V}$ соответственно.

Будем считать, что тепловое расширение материала при повышении температуры образца компенсируется только сжатием газа в порах и уменьшением их объёма. Обозначим коэффициент линейного теплового расширения материала матрицы как α. Предположим, что структура материала получена при известной температуре $T_{\mu a \gamma}$ и что вычисление эффективного коэффициента теплопроводности производится для температуры $T_{\kappa o \mu}$. Их разность обозначим как $\Delta T = T_{\kappa o \mu} - T_{\mu a \gamma}$. Тогда коэффициент объёмного расширения материала матрицы составит $\beta = 2\alpha\Delta T$ [8].

Изменение объёма материала матрицы составит:

$$\Delta V_m = \beta V_m$$

Тогда процентное содержание материала матрицы после теплового расширения будет равняться:

$$K'_m = \frac{V_m + \Delta V_m}{V} = K_m + \beta K_m = (1+\beta)K_m.$$

Соответственно, процентное содержание пор в материале после теплового расширения материала матрицы составит:

$$K'_p = 1 - K'_m = \left(1 - \beta \frac{1 - K_p}{K_p}\right) K_p.$$

Коэффициент объёмного сжатия поры составит:

$$k_p^{o\delta} = \frac{K'_p}{K_p} = 1 - \beta \frac{1 - K_p}{K_p}.$$

Исходя из предположения, что изменение температуры материала при установлении стационарного потока тепла в процессе моделирования несущественно, предварительно изменим ячейки сетки Ω_h таким образом, чтобы площадь каждой ячейки-поры изменилась на коэффициент k_p^{o6} .

Коэффициент теплопроводности λ газов зависит в том числе от давления, поэтому необходимо рассмотреть изменение давления в порах после изменения их объёма. Поскольку далее речь идёт исключительно о газе, находящемся в порах, нижний индекс *р* будем опускать.

Запишем уравнение Клапейрона – Менделеева для начального и конечного состояния газа:



Рисунок 1.1 – а) общий вид сетки; б) нумерация граней в ячейке

Problems of Physics, Mathematics and Technics, № 3 (60), 2024

$$p_{\mu a \mu} V_{\mu a \mu} = n R T_{\mu a \mu}, \qquad (1.1)$$
$$p_{\kappa \alpha \mu} V_{\kappa \alpha \mu} = n R T_{\kappa \alpha \mu}. \qquad (1.2)$$

где $p_{_{Hau}}, p_{_{KOH}}$ – давление газа, $V_{_{Hau}}, V_{_{KOH}}$ – объём, занимаемый газом, n – количество вещества, R – универсальная газовая постоянная, $T_{_{Hau}}, T_{_{KOH}}$ – температура газа.

Выразим *р*_{кон} из уравнения (1.2):

$$p_{\kappa o \mu} = \frac{n R T_{\kappa o \mu}}{V_{\kappa o \mu}}$$

Выражая значение *nR* из уравнения (1.1) и принимая во внимание, что

$$V_{\rm KOH} = V_{\rm KOH}' = k_p^{ob} V_p = k_p^{ob} V_{\rm Harr},$$

получим следующее значение для $p_{_{KOH}}$:

$$p_{\kappa o \mu} = \frac{p_{\mu a \mu} T_{\kappa o \mu}}{k_p^{o \delta} T_{\mu a \mu}}$$

Для вычисления коэффициента теплопроводности рассмотрим двумерную задачу распространения тепла для неоднородного композиционного материала в рамках представительного объёма, который представим в виде пластины.

Уравнение теплового баланса в области *D* имеет вид:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \sum_{k=1}^{2} \frac{\partial}{\partial x_{k}} \left(\lambda_{k} \frac{\partial T}{\partial x_{k}} \right), \quad (x_{1}, x_{2}) \in D, \quad t > t_{0}, \quad (1.3)$$

где $\rho = \rho(x_1, x_2; T)$ – плотность, $C = C(x_1, x_2; T)$ – теплоёмкость, $\lambda_k = \lambda_k(x_1, x_2; T)$ –теплопроводность по соответствующему направлению. Отметим, что для газов λ_k будет зависеть ещё и от давления. В дальнейшем индекс *k* будет означать направление вдоль одной из направляющих осей координат (соответствующую координату).

Для формирования теплового потока вдоль оси Ox_1 определим граничные условия следующим образом: на нижней Γ_1 и на верхней Γ_3 границах образца зададим условие постоянной температуры:

$$T\big|_{\Gamma_1} = T_{\text{harp}} = const, \qquad (1.4)$$

$$T\big|_{\Gamma_3} = T_{\text{oxn}} = const, \qquad (1.5)$$

причём предполагаем, что $T_{\mu a c p} > T_{o x n}$.

Предполагаем, что пластина периодически бесконечна в направлении оси Ox_2 . Из чего дополняем условия на границах Γ_2 и Γ_4 условием периодичности:

$$T\big|_{\Gamma_2} = T\big|_{\Gamma_4} \,. \tag{1.6}$$

На границах раздела материала матрицы и пор Г_{конт} будем рассматривать условия идеального теплового контакта, при котором имеет место равенство температур и тепловых потоков:

$$T\big|_{\Gamma_{\text{kourm}}^{-}} = T\big|_{\Gamma_{\text{kourm}}^{+}}, \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial \vec{n}}\Big|_{\Gamma_{\text{kourm}}^{-}} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial \vec{n}}\Big|_{\Gamma_{\text{kourm}}^{+}}, \quad (1.7)$$

где верхние индексы «-» и «+» означают расположение «слева» и «справа» от границы соответственно.

В качестве начального условия зададим распределение температуры в начальный момент времени *t* = 0:

$$T(x_1, x_2; 0) = T_0(x_1, x_2) = T_{oxy}.$$
 (1.8)

Решаем дифференциальное систему (1.3)-(1.8) приближённым сеточным методом [9].

Построим систему уравнений для температуры. Рассмотрим каждую отдельную ячейку $\omega^{\langle i,j \rangle}$. Аппроксимируем уравнение (1.3) с помощью метода контрольного объёма. В качестве точки, в которой будем искать решение, выберем центр масс ячейки $\omega^{\langle i,j \rangle}$ в этом случае, построенный контрольный объём будет совпадать с самой ячейкой. Температуру каждой ячейки определяем в центре контрольного объёма, окружающего её, т. е. сеточная величина температуры в ячейке представляет среднее интегральное значение соответствующей непрерывно распределённой величины:

$$T^{\langle i,j\rangle} \approx \frac{1}{V^{\langle i,j\rangle}} \iint_{\omega^{\langle i,j\rangle}} T dx_1 dx_2,$$

где $V^{\langle i,j \rangle}$ – объём ячейки $\omega^{\langle i,j \rangle}$.

Проинтегрируем уравнение (1.3) по контрольному объёму. Для удобства индекс ячейки $\langle i, j \rangle$ временно опустим.

$$\frac{1}{V} \iint_{\omega} \rho C \frac{\partial T}{\partial t} dV = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^{2} \iint_{\omega} \frac{\partial}{\partial x_{k}} \left(\lambda_{k} \frac{\partial T}{\partial x_{k}} \right) dV,$$

Используя формулу Остроградского – Гаусса, получим:

$$\frac{1}{V} \iint_{\infty} \rho C \frac{\partial T}{\partial t} dV = \frac{1}{V} \oint_{\partial \omega} \left(\sum_{k=1}^{2} \lambda_{k} \frac{\partial T}{\partial x_{k}} \right) \vec{n} dS, \quad (1.9)$$

где $\partial \omega$ – граница ячейки $\omega^{\langle i,j \rangle}$, \vec{n} – внешняя единичная нормаль к $\partial \omega$. В дальнейшем для обозначения координаты внешней нормали воспользуемся следующим обозначением: n_k , $k \in \{1,2\}$. Отметим, что при использовании прямоугольной сетки, нормали будут параллельны осям координат.

Учитывая форму ячеек, интеграл по границе контрольного объёма вычисляем как сумму произведений значений вектора потока в центрах граней контрольного объёма на площади его граней:

$$\frac{1}{V} \oint_{\partial \omega} \left(\sum_{k=1}^{2} \lambda_{k} \frac{\partial T}{\partial x_{k}} \right) \vec{n} dS =$$

$$= \frac{1}{V} \sum_{k=1}^{2} \sum_{m=1}^{4} S_{m} \left(\lambda_{k} \frac{\partial T}{\partial x_{k}} n_{k;m} \right) \Big|_{P_{m}} = (1.10)$$

$$= \frac{1}{V} \sum_{m=1}^{4} S_{m} \sum_{k=1}^{2} \left(\lambda_{k;m} n_{k;m} \frac{\partial T}{\partial x_{k}} \right) \Big|_{P_{m}},$$

Проблемы физики, математики и техники, № 3 (60), 2024

где индекс *m* соответствует обходу граней ячейки, как указано на рисунке 1.1 δ), S_m – площадь *m*-ой грани (в двумерном случае – длина грани). Таким образом, получение дискретного аналога балансового уравнения сводится к аппроксимации потоков $\lambda_k \frac{\partial T}{\partial x}$ в серединных точках P_m на соответствующих гранях.

Построим аппроксимации потоков на гранях контрольного объёма ω :

$$\sum_{k=1}^{2} \left(\lambda_{k} \frac{\partial T}{\partial x_{k}} n_{k} S \right) \bigg|_{P_{m}} = \sum_{k=1}^{2} \left(\lambda_{k} \frac{\partial T}{\partial x_{k}} n_{k} \right) \bigg|_{P_{m}} S_{m}$$

Введём дополнительную индексацию относительно ячейки $\omega^{\langle i,j\rangle}$. Обозначим верхним индексом *inner* внутренние значение в рассматриваемой ячейки и обозначение *outer* для значений в соседних ячейках. В качестве основы для нумерации граней воспользуемся уже выбранной на рисунке 1.1 δ) нумерацией. Для индексов граней используем обозначение $m \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Также введём нумерацию ячеек, соседних с рассматриваемой. Пронумеруем их в соответствии с номерами смежных граней с ячейкой $\langle i, j \rangle$.

Таким образом можно сопоставить локальную индексацию соседних ячеек с индексацией ячеек в общей структуре сетки:

$$*_{m}^{outer} = \begin{cases} m = 1, outer = \langle i + 1, j \rangle, \\ m = 2, outer = \langle i, j + 1 \rangle, \\ m = 3, outer = \langle i - 1, j \rangle, \\ m = 4, outer = \langle i, j - 1 \rangle. \end{cases}$$
(1.11)

Используя введённую индексацию, найдём выражение теплового потока для грани ячейки:

$$\frac{1}{V}S_{m}\sum_{k=1}^{2}\lambda_{k;m}n_{k;m}\frac{(T-T_{m}^{\text{outer}})(O_{k;m}^{\text{outer}}-O_{k})}{l_{m}^{2}}, \quad (1.12)$$
$$m \in \{1, 2, 3, 4\}.$$

где $O = (O_1; O_2)$ – центральная точка выбранной ячейки, $n_{k:m}$ – k-ая компонента вектора нормали \vec{n}_m .

В силу определения сеточной величины для левой части имеем:

$$\frac{1}{V} \iint_{\infty} \rho C \frac{\partial T}{\partial t} dV = \rho C \frac{T - \breve{T}}{\Delta t}, \qquad (1.13)$$

где \tilde{T} – температура в ячейке ω на предыдущем временном слое, ρ и C вычисляются в центре ячейки ω .

Подставим аппроксимации (1.12) и (1.13) в уравнение (1.9):

$$\rho C \frac{T-T}{\Delta t} = \frac{1}{V} \sum_{m=1}^{4} S_m \sum_{k=1}^{2} \lambda_{k;m} n_{k;m} \frac{(T-T_m^{\text{outer}})(O_{k;m}^{\text{outer}} - O_k)}{(l_m)^2}.$$
 (1.14)

Problems of Physics, Mathematics and Technics, № 3 (60), 2024

Поскольку точка P_m располагается на границе ячейки и может оказаться на границе разделения сред, необходимо получить усреднённое значение коэффициента теплопроводности. Аппроксимацию коэффициента теплопроводности λ на границе контакта выберем исходя из значения, наиболее соответствующего физике тепловых процессов:

$$\lambda_k\Big|_{P_m} = \frac{2\lambda_k^{\text{inner}}\lambda_k^{\text{outer}}}{\lambda_k^{\text{inner}} + \lambda_k^{\text{outer}}}, \quad m \in \{1, 2, 3, 4\}.$$

Реализуем алгоритм с использованием явных разностных схем. Для этого вводим переменный шаг по времени Δt_n , n = 1, ..., N, где t_N – время установления стационарного режима, который на каждом временном слое будет обеспечивать условие устойчивости разностной схемы. В правой части явной разностной схемы, полученной в (1.14), все значения температур возьмём на предыдущем временном слое.

Поскольку теплофизические свойства компонент (λ, ρ, C) зависят от температуры, то проверяем условие Куранта на предыдущем временном слое:

$$\Delta t_n \le \frac{\max_{} \rho(t_{n-1}) C(t_{n-1})}{\min_{} \lambda(t_{n-1})} \Delta x_1 \Delta x_2. \quad (1.15)$$

Завершаем вычислительный процесс при достижении стационарного потока, что означает: $|T_{x,i,k}^{(i)} - T_{x,i,k}^{(i)}| < e^{|T_{x,i,k}^{(i)}|}$

$$\left|T_{n}^{\langle i,j\rangle}-T_{n-1}^{\langle i,j\rangle}\right|\leq \varepsilon \left|T_{n-1}^{\langle i,j\rangle}\right|,$$

где ε – некоторая заданная погрешность.

Для определения эффективного коэффициента теплопроводности воспользуемся подходом, описанным в [8]. Гомогенизируем композиционный материал, заменив его на однородный со значением коэффициента теплопроводности, соответствующим значению для рассматриваемого композита. После завершения вычислительного процесса, ищем усреднённый коэффициент теплопроводности композита λ_1^{eff} по формуле:

$$\lambda_1^{\rm eff} = \frac{Q_1}{S_1^{\rm n.o.} \Delta T_1 \Delta t_N},$$

где Q_1 – переданное через композит количество теплоты, $S_1^{\text{п.o.}}$ – площадь поверхности представительного объёма, ΔT_1 – градиент температур между верхней (Γ_3) и нижней (Γ_1) гранями представительного объёма. Вычисления производим в направлении теплового потока, т. е., согласно выбору граничных условий, вдоль направления оси Ox_1 .

Количество теплоты Q_1 находим как сумму количества теплоты $q_1^{<i,j>}$, прошедшему через каждый контрольный объём композита:

$$Q_1 = \left| \sum_{\langle i,j \rangle} q_1^{\langle i,j \rangle} \right|.$$

1

Значение q_1 определяем согласно формуле (1.12):

$$q_{1} = \frac{1}{V} \sum_{m=1}^{2} S_{m} \lambda_{1;m} n_{1;m} \frac{(T - T_{m}^{\text{outer}})(O_{1;m}^{\text{outer}} - O_{1})}{(l_{m})^{2}}$$

Для определения λ_2^{eff} по направлению Ox_2 граничные условия необходимо изменить следующим образом: на границах Γ_1 и Γ_3 задать условия периодичности, на границах Γ_2 и Γ_4 задать постоянные температуры T_{nacp} и T_{oxr} .

2 Вычислительный эксперимент

Рассмотрим образцы бронзы БрО12. Для построения начальных данных воспользуемся металлографическими снимками шлифов образцов (рисунок 2.1).

Свойства материалов, участвующих в теплопереносе, указаны в таблице 2.1 [10].

Таблица 2.1 – Свойства материалов

	Материал	
	БрО12	Воздух
Теплопроводность λ, <i>Вт/м·К</i>	48,56	1
Удельная теплоёмкость	368,4	1005
С, Дж/кг•К		
Плотность р, <i>кг/м</i> ³	8800	1,2
Числовое обозначение	0	1



Рисунок 2.1 – Пример металлографического снимка шлифа бронзы БрО12 с наличием закрытых пор

Для вычислительных экспериментов были выбраны 3 образца с различной пористостью. Начальная конфигурация области расчёта образцов представлена на рисунке 2.2.

Вычисление эффективного коэффициента теплопроводности образцов проводили до увеличения температуры на ΔT . Результаты численных экспериментов приведены на рисунке 2.3



2.0 1.5 38 1.0 100 200 300 400 500 600 700 Ó 100 200 400 500 600 700 Ó 300 Δ*T*. K $\Delta T. K$ a) б)

Рисунок 2.3 – а) изменение коэффициента теплопроводности; б) изменение давления воздуха в порах

для трёх образцов с различной пористостью при температуре выше начальной на ΔT , равной 100, $400,700^{\circ}K$. Точками отмечены полученные значения эффективного коэффициента теплопроводности. Начальное значение эффективного коэффициента теплопроводности образцов, соответствующее значению при $\Delta T = 0$, получено согласно разработанному ранее методу [6] для $T_{\mu a \eta} = 300^{\circ}K$.

На рисунке 2.3 a) отображено изменение эффективных коэффициентов теплопроводности образцов в зависимости от температуры нагрева. Рисунок 2.3 δ) демонстрирует рост давления воздуха внутри пор. Как было указано ранее, это ведёт к изменению теплофизических характеристик материала, что необходимо учитывать при моделировании, например, тепловых и деформационных процессов.

В таблице 2.2 показано изменение пористости образцов при различной тепловой обработке. Поскольку пористость оказывает влияние и на другие эффективные свойства материала, то их надо также корректировать при прогнозировании материала. 100,400,700 °K.

Таблица 2.2 — Изменение пористости K_p образцов в зависимости от ΔT

	ΔT	$0^{\circ}K$	$100^{\circ}K$	$400^{\circ}K$	700 <i>°K</i>
Образец 1	K	10,467	10,136	9,142	8,148
Образец 2	$N_p,$ %	8,564	8,226	7,211	6,196
Образец 3		7,031	6,687	5,655	4,623

Таким образом, приведённая модель тепловых процессов с учётом теплового расширения материала матрицы показывает влияние на эффективный коэффициент теплопроводности материала, содержащего закрытые поры, что необходимо учитывать при проектировании материала.

Заключение

Описанный в работе подход позволяет уточнить эффективный коэффициент теплопроводности композиционного материала, содержащего закрытые поры. Модель учитывает структуру и расположение пор в материале, зависимость теплофизических свойств материалов от температуры. Выполнена программная реализация метода, произведены вычислительные эксперименты. Показано, что в зависимости от величины тепловой обработки наблюдается уменьшение пор в материале, что ведёт к увеличению эффективного коэффициента теплопроводности композита. Предложенная методика может быть использована для прогнозного определения эффективного коэффициента теплопроводности с учётом последующей термообработки материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дисперсно-наполненные полимерные композиты технического и медицинского назначения / Б.А. Люкшин, С.В. Шилько, Ю.К. Машков [и др]. – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2017. – 311 с.

2. Зарубин, В.С. Инженерные методы решения задач теплопроводности / В.С. Зарубин. – Москва: Энергоатомиздат, 1983. – 328 с.

3. Модельные представления о теплопереносе в полимерных нанокомпозитах / А.В. Никитин, В.А. Лиопо, С.В. Авдейчик, В.А. Струк // Прикладная математика и физика. – 2014. – Т. 5, № 176. – С. 150–160.

4. Численное исследование теплофизических свойств композиционного порошкового материала / Г.Ф. Громыко, Н.П. Мацука, А.Ф. Ильющенко, А.В. Лешок // Сборник «Порошковая металлургия». – 2020. – Вып. 43. – С. 132–139.

5. Авлас, А.Н. Влияние добавок крупных компонент графита на эффективный коэффициент теплопроводности фрикционных композиционных покрытий на основе меди / А.Н. Авлас // XX Международная научная конференция молодых учёных «Молодёжь в науке – 2023». Материалы конференции. – Минск. – 2023. – С. 501–503.

6. Авлас, А.Н. Получение коэффициента теплопроводности композиционных материалов с использованием численного моделирования / А.Н. Авлас, Н.П. Мацука // Информационные технологии в промышленности, логистике и социальной сфере. Тезисы докладов. – 2023 – С. 7–10.

7. Авлас, А.Н. Численный расчёт эффективного коэффициента теплопроводности дисперсно-наполненных композиционных материалов / А.Н. Авлас // Труды института математики. – 2024. – Т. 32, №1. – С. 91–102.

8. *Новикова*, *С.И*. Тепловое расширение твёрдых тел / С.И. Новикова. – Москва: Наука, 1974. – 295 с.

9. Самарский, А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – Москва: Наука, 1977. – 656 с.

10. Чиркин, В.С. Теплофизические свойства материалов ядерной техники / В.С. Чиркин. – Москва: Атомиздат, 1968. – 485 с.

Поступила в редакцию 11.07.2024.

Информация об авторах

Авлас Артём Николаевич – мл. научный сотрудник

Problems of Physics, Mathematics and Technics, No 3 (60), 2024