

ДИФРАКЦИЯ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЬЦЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ НА УЛЬТРАЗВУКЕ В КРИСТАЛЛАХ ПАРАТЕЛЛУРИТА**В.Н. Белый¹, Г.В. Кулак², Л.А. Тозик², О.В. Шакин³**¹*Институт физики НАН Беларуси*²*Мозырский государственный педагогический университет*³*Государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург***DIFFRACTION OF TWO-PARAMETER RING LIGHT BEAMS BY ULTRASOUND IN PARATELLURITE CRYSTALS****V.N. Bely¹, G.V. Kulak², L.A. Tozik², O.V. Shakin³**¹*Institute of Physics of National Academy of Sciences of Belarus*²*Mozyr State Pedagogical University*³*State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg*

Аннотация. Исследована брэгговская дифракция двухпараметрических кольцевых световых пучков на медленной сдвиговой ультразвуковой волне в кристаллах парателлурифта. Показано, что имеет место эффективная перекачка энергии кольцевого пучка из нулевого в первый дифракционный порядок, причем более эффективный энергообмен дифрагированных световых пучков реализуется для циркулярно-поляризованных световых волн. Установлено, что взаимодействующие волны имеют форму кольцевых пучков, причем параметры дифрагированного пучка определяются параметром порядка и радиусом падающего пучка, а также мощностью ультразвука, длиной акустооптического взаимодействия и углом Брэгга.

Ключевые слова: *кольцевой двухпараметрический пучок, брэгговская дифракция света, дифракционная эффективность, одноосный гиротропный кристалл, кристалл парателлурифта.*

Для цитирования: *Дифракция двухпараметрических кольцевых световых пучков на ультразвуке в кристаллах парателлурифта / В.Н. Белый, Г.В. Кулак, Л.А. Тозик, О.В. Шакин // Проблемы физики, математики и техники. – 2024. – № 2 (59). – С. 11–15. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2024_2_59_11. – EDN: YYBWHX*

Abstract. Bragg diffraction of two-parameter ring light beams on a slow shear ultrasonic wave in paratellurite crystals was investigated. It has been shown that the energy of the ring beam is efficiently pumped from the zero to the first diffraction order, and the more efficient energy exchange of the diffracted light beams is realized for circular polarized light waves. It has been found that the interacting waves have the shape of circular beams, wherein the parameters of the diffracted beam are determined by the order parameter and the radius of the incident beam, as well as the power of ultrasound, the length of acoustooptical interaction and the Bragg angle.

Keywords: *ring two-parameter beam, Bragg diffraction of light, diffraction efficiency, uniaxial gyrotropic crystal, paratellurite crystal.*

For citation: *Diffraction of two-parameter ring light beams by ultrasound in paratellurite crystals / V.N. Bely, G.V. Kulak, L.A. Tozik, O.V. Shakin // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2024. – № 2 (59). – P. 11–15. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2024_2_59_11 (in Russian). – EDN: YYBWHX*

Введение

Известно, что для кольцевой апертуры светового поля с равномерным освещением длина фокальной области увеличивается по сравнению с обычными пучками [1]. В работе [2] рассмотрен метод формирования кольцевого пучка посредством аподизации апертуры светового поля. Особенности преобразования кольцевых пучков в бесселевы изучены в работе [3].

Кольцевые световые пучки находят применение в задачах дистанционного лазерного зондирования атмосферы, а также при конструировании устройств оптической связи в свободном пространстве [4], [5]. При этом используется

возможность кольцевых пучков распространяться на большие расстояния без существенных потерь оптической мощности и искажения формы пучка.

В работе [6] исследованы особенности брэгговской дифракции ограниченных световых пучков различных амплитудных распределений (гауссового, прямоугольного и лорентцевого) на ультразвуке. Показано, что дифракционная эффективность максимальна для падающего пучка прямоугольного профиля, уменьшается при использовании гауссова и становится минимальной при переходе к лорентцевым профилям. Отметим, что в [6] использовалась двумерная теория

связанных волн, которая естественным образом учитывает сложное амплитудное распределение падающего светового пучка. В связи с большими перспективами применения кольцевых световых пучков возникает необходимость изучения особенностей управления их параметрами с помощью акустических волн в кристаллах.

1 Теоретические результаты и их обсуждение

В настоящей работе проведены теоретические исследования акустооптической (АО) дифракции кольцевых световых пучков (КП), когда кольцевое поле имеет форму двухпараметрического амплитудного распределения [3]

$$A_m(r, r_0) = \frac{r^2}{r_0^2 \sqrt{w_m}} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)^m \sigma(r, r_0),$$

где m – целое число, r_0 – радиус пучка,

$$\sigma(r, r_0) = \begin{cases} 1, & r \leq r_0, \\ 0, & r \geq r_0, \end{cases} \quad w_m = \frac{\pi r_0^2}{(m+1)(2m+1)(2m+3)}.$$

Рассмотрена брэгговская дифракция светового пучка, распространяющегося в окрестности оптической оси одноосного гиротропного кристалла парателлуриита на медленной сдвиговой ультразвуковой (УЗ) волне [7]. При этом могут использоваться как линейно-поляризованные, так и циркулярно-поляризованные световые пучки для достижения значительной эффективности дифракции.

На рисунке 1.1 представлена геометрия анизотропной брэгговской дифракции эллиптически поляризованных КП.

Рассмотрим геометрию АО взаимодействия (рисунок 1.1), для которой УЗ волна распространяется в кристалле парателлуриита под малым углом δ к оси X и занимает пространство между плоскостями $z = 0$ и $z = l$. Ось падающего КП

расположена в плоскости XZ под углом φ_1 к фронту УЗ волны. Сечение поверхности волновых векторов плоскостью дифракции XZ и расположение плоскостоволновых компонент падающего (k_o и k_e) и плоскостоволновых компонент дифрагированного (k'_o и k'_e) КП показано на рисунке 1.1, б. При этом предполагается, что в условиях эксперимента возможно раздельное наблюдение двух возможных дифракционных процессов: $\vec{k}_o + \vec{K}_1 = \vec{k}'_o, \vec{k}_e + \vec{K}_2 = \vec{k}'_e$, где \vec{K}_1, \vec{K}_2 – плоскостоволновые компоненты акустического пучка. Для рассматриваемой геометрии АО взаимодействия следует положить:

$$\varphi_1 \approx \varphi_2 \approx \varphi = \arcsin(\lambda_0 f / 2nv),$$

где λ_0 – длина световой волны в вакууме, $n = (n_o + n_e) / 2$ – средний показатель преломления кристалла (n_o, n_e – обыкновенный и необыкновенный показатели преломления кристалла), v – фазовая скорость УЗ волны, f – частота ультразвука.

В рамках двумерной теории связанных волн система связанных дифференциальных уравнений для комплексных амплитуд дифрагированных волн $A_0(r), A_1(\tau)$ имеет вид [6]:

$$\frac{\partial A_0}{\partial \tau} + i\chi A_1 = 0, \quad \frac{\partial A_1}{\partial r} + i\chi A_0 = 0, \quad (1.1)$$

где коэффициент связи дифрагированных волн χ выражается через свертки тензора диэлектрической проницаемости $\Delta \varepsilon_{ij} = -\varepsilon_{ik} \varepsilon_{lj} p_{klmn} U_{mn}$ (ε_{ij}, U_{mn} – компоненты тензора диэлектрической проницаемости и тензора УЗ деформации) с векторами поляризации \vec{e}_0, \vec{e}_1 дифрагированных волн нулевого «0» и первого «1» порядка, то есть $\chi = k^2 (\vec{e}_0 \Delta \hat{\varepsilon} \vec{e}_1) / 2$; $\tau = z \sin \varphi - x \cos \varphi$, $r = z \sin \varphi + x \cos \varphi$; $k = 2\pi n / \lambda_0$. Если искать

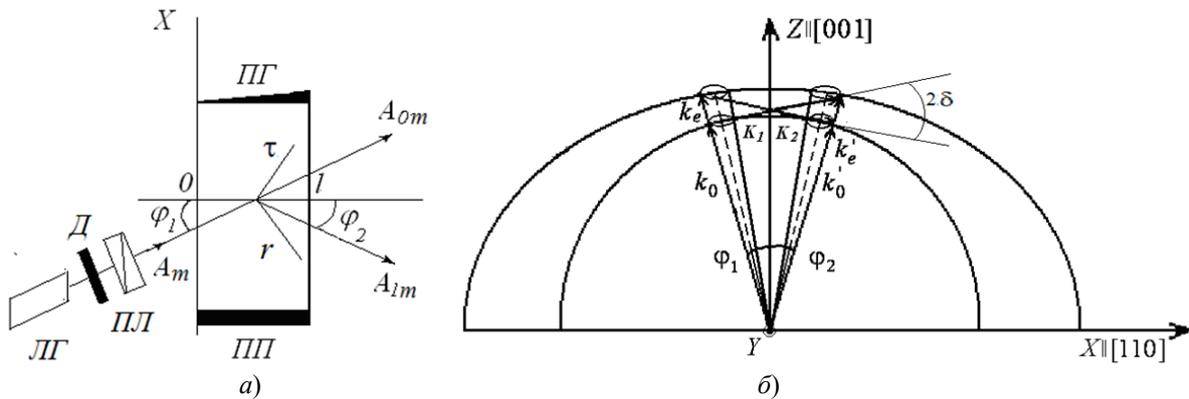


Рисунок 1.1 – а) Схема АО взаимодействия КП и УЗ волны (ПП – пьезопреобразователь, ПГ – поглотитель ультразвука, ЛГ – лазер, Д – диафрагма, ПЛ – пластинка $\lambda / 4$; φ_1 и φ_2 – угол падения и дифракции соответственно); б) геометрия расположения преломленной и дифрагированной плоскостоволновых компонент КП в плоскости дифракции на медленной сдвиговой УЗ волне в кристалле TeO_2 ($\vec{K}_{1,2}$ – волновые векторы ультразвука, $\vec{k}_{o,e}, \vec{k}'_{o,e}$ – волновые векторы преломленной и дифрагированной волн, 2δ – угол между волновыми векторами \vec{K}_1 и \vec{K}_2)

решение системы уравнений (1.1) методом Римана [8] с использованием граничных условий: $A_0(z=0) = A_0$, $A_1(z=0) = 0$ то общее решение можно представить в виде:

$$A_0(r) = A_1(r) - \frac{1}{2} \nu \int_{-1}^{+1} A_1 [r - l(1-q) \sin \varphi] \frac{J_1(\nu \sqrt{1-q^2})}{\sqrt{1-q^2}} dq, \quad (1.2)$$

$$A_1(\tau) = -i \frac{1}{2} \nu \int_{-1}^{+1} A_1 [l(1-q) \sin \varphi - \tau] \times J_0(\nu \sqrt{1-q^2}) dq, \quad (1.3)$$

где $\nu = \chi l / kn^2 \cos \varphi$ – индекс модуляции УЗ волной; $J_0(x)$, $J_1(x)$ – функции Бесселя первого рода, соответственно нулевого и первого порядка. Несложно показать, что индекс модуляции выражается через коэффициент акустооптического качества M_2 [7]: $\nu = \frac{2\pi}{\lambda_0 \cos \varphi} \sqrt{\frac{M_2 P_a l}{2h}}$, где P_a – мощность ультразвука, h – ширина пьезопреобразователя.

В приближении слабого АО взаимодействия ($\nu \leq 0,1$) в выражениях (1.2), (1.3) можно положить, что функции Бесселя удовлетворяют соотношениям: $J_0(x) \approx 1$, $J_1(x) \approx x$. Тогда выражения (1.2), (1.3) можно представить в виде [9]:

$$A_{0m}(r) = A_i(r) - \frac{\nu^2 \sigma(r, r_0) A_{0i} b_m}{8r_0^2 \sqrt{w_m}}, \quad (1.4)$$

$$A_{1m}(\tau) = -i \frac{\nu \sigma(r, r_0) A_{0i} c_m}{2r_0^2 \sqrt{w_m}}, \quad (1.5)$$

где для параметра $m = 1, 2, 3$, входящие в (1.4), (1.5) величины b_1, b_2, b_3 имеют вид:

$$b_1 = \frac{r_0^3}{15} \left\{ \bar{r}_n^3 (5 - 3\bar{r}_n^2) - (\bar{r}_n + 2g/r_0)^3 [5 - 3(\bar{r}_n + 2g/r_0)^2] \right\},$$

$$b_2 = \frac{r_0^3}{7} \left\{ \bar{r}_n^3 (1 - \bar{r}_n^2)^2 - (\bar{r}_n + 2g/r_0)^3 [1 - (\bar{r}_n + 2g/r_0)^2]^2 \right\} + \frac{4b_1}{7},$$

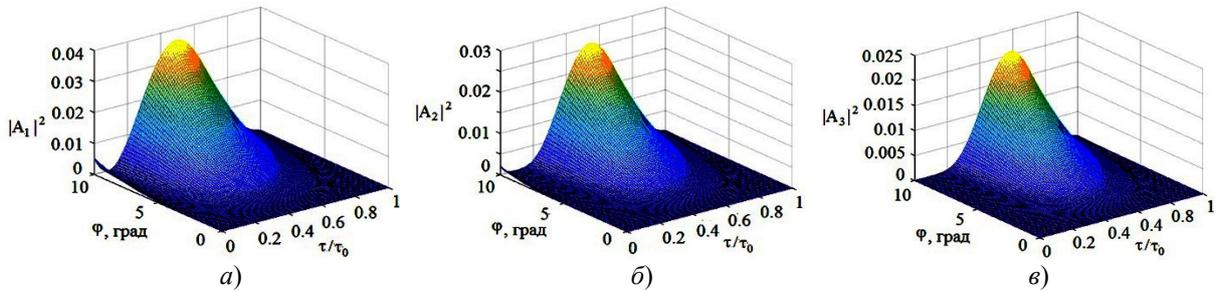


Рисунок 2.1 – Зависимость амплитуды $|A_m|^2$ от угла Брэгга φ и нормированной координаты τ / τ_0 для различных значений параметра m : 1 (а) 2 (б), 3 (в) (кристалл TeO_2 , $l = 10$ мм, $\lambda_0 = 532$ нм, $P_a = 0,1$ Вт, $M_2 = 793 \cdot 10^{-15}$ с³/кг, $h = 4$ мм, $\tau_0 = 1$ мм, $A_{i0} = 1$)

$$b_3 = \frac{r_0^3}{9} \left\{ \bar{r}_n^3 (1 - \bar{r}_n^2)^3 - (\bar{r}_n + 2g/r_0)^3 [1 - (\bar{r}_n + 2g/r_0)^2]^3 \right\} + \frac{2b_2}{3},$$

причем $g = l \sin \varphi$, $r_n = r / r_0$, $\bar{r}_n = 1 - r_n$. Коэффициенты c_m получаются из b_m заменой: $r \rightarrow \tau$, $r_0 \rightarrow \tau_0$.

Выражения (1.2)–(1.5) позволяют рассчитать амплитудное распределение дифрагированного пучка нулевого и первого порядка для любого уровня акустической мощности и широкого класса падающих световых пучков. Эффективность АО дифракции η рассчитывалась из соотношения

$$\eta = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |A_1(\tau)|^2 d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} |A_0(r)|^2 dr + \int_{-\infty}^{+\infty} |A_1(\tau)|^2 d\tau}. \quad (1.6)$$

2 Результаты расчетов

Расчеты проводились для АО дифракции циркулярно-поляризованного излучения с длиной волны $\lambda_0 = 532$ нм на медленной сдвиговой УЗ волне, распространяющейся под малым углом $\delta \ll 1$ к оси [110] кристалла парателлуриата (TeO_2). Полагалось, что коэффициент АО качества для циркулярно-поляризованной падающей световой волны равен [7]: $M_2 = 793 \cdot 10^{-18}$ с³/г.

На рисунке 2.1 представлена зависимость квадрата амплитуды дифрагированной волны $|A_{1,2,3}|^2$ от угла Брэгга φ и нормированной координаты τ / τ_0 .

Из рисунка 2.1 следует, что для любых углов Брэгга φ дифрагированное световое поле имеет вид кольцевого светового пучка. При увеличении угла Брэгга максимальная амплитуда дифрагированного КП возрастает.

Зависимость квадрата амплитуды дифрагированной волны $|A_m|^2$ от нормированной поперечной координаты τ / τ_0 при различных параметрах $m = 1, 2, 3$ представлена на рисунке 2.2.

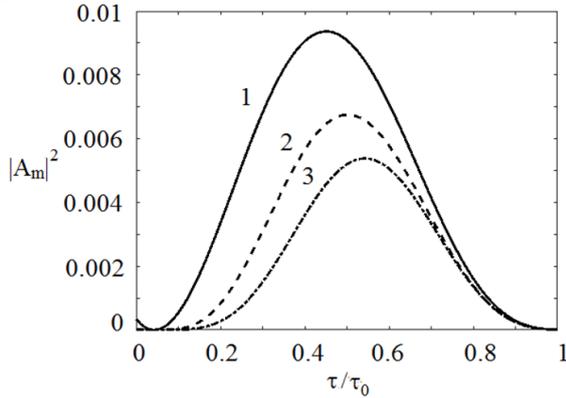


Рисунок 2.2 – Зависимость квадрата амплитуды КП $|A_m|^2$ от нормированной координаты τ/τ_0 при различных параметрах m : 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3 (кристалл TeO_2 , $l = 10$ мм, $\lambda_0 = 532$ нм, $M_2 = 793 \cdot 10^{-18}$ $\text{с}^3/\text{Г}$, $h = 4$ мм, $P_a = 0,1$ Вт, $\tau_0 = 1$ мм, $\varphi = 1^0$, $A_{i0} = 1$)

Из рисунка 2.2 следует, что максимальное значение амплитуды КП смещается при увеличении параметра m в сторону больших значений τ . Значение амплитуды в центре КП ($\tau = 0$) при изменении параметра m остается неизменным и близко к нулю.

Зависимость квадрата амплитуды дифрагированной волны $|A_1|^2$ от нормированной поперечной координаты τ/τ_0 при различных параметрах τ_0 представлена на рисунке 2.3.

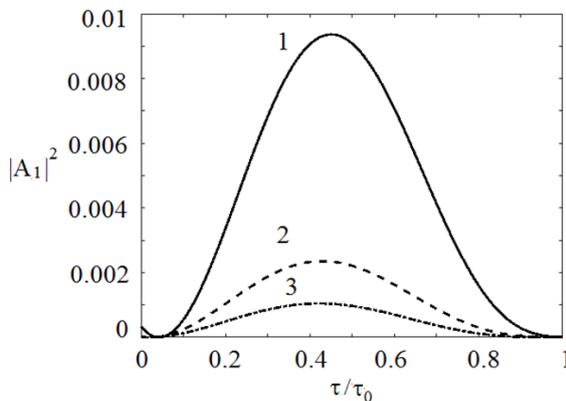


Рисунок 2.3 – Зависимость квадрата амплитуды КП $|A_1|^2$ от нормированной координаты τ/τ_0 при различных параметрах падающего КП τ_0 : 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3 мм (кристалл TeO_2 , $l = 10$ мм, $\lambda_0 = 532$ нм, $M_2 = 793 \cdot 10^{-18}$ $\text{с}^3/\text{Г}$, $h = 4$ мм, $P_a = 0,1$ Вт, $\tau_0 = 1$ мм, $\varphi = 1^0$, $A_{i0} = 1$)

Из рисунка 2.3 следует, что при увеличении параметра τ_0 квадрат амплитуды КП уменьшается, однако смещения максимума пучка не происходит.

На рисунке 2.4 представлена зависимость дифракционной эффективности η от мощности ультразвука P_a , рассчитанная по формуле (1.6)

для параметра $m = 1$, при различных значениях параметра τ_0 .

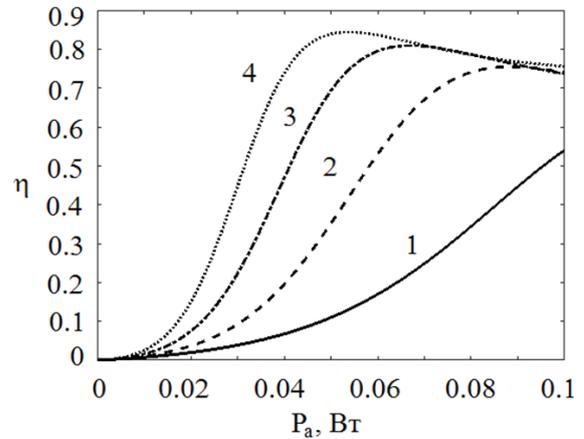


Рисунок 2.4 – Зависимость эффективности дифракции η от мощности ультразвуковой волны P_a при различных значениях параметра τ_0 : 1 – 2, 2 – 3, 3 – 4, 4 – 5 мм (кристалл TeO_2 , $\lambda_0 = 532$ нм, $M_2 = 793 \cdot 10^{-18}$ $\text{с}^3/\text{Г}$, $h = 4$ мм, $l = 10$ мм, $\varphi = 1^0$, $A_{i0} = 1$)

Из рисунка 2.4 следует, что для КП эффективность дифракции достигает максимального значения 82% при УЗ мощности 50 мВт на длине АО взаимодействия $l = 10$ мм. При увеличении мощности ультразвука имеет место обратная перекачка энергии светового пучка из первого в нулевой дифракционный порядок; при УЗ мощности 0,1 Вт эффективность дифракции снижается до 72%. С увеличением параметра τ_0 максимальное значение дифракционной эффективности достигается при больших УЗ мощностях. При этом максимальное значение дифракционной эффективности уменьшается.

Заключение

Таким образом, при брэгговской дифракции двухпараметрических КП в кристаллах параллелурита имеет место эффективная перекачка энергии пучка из нулевого дифракционного порядка в первый. Из-за пространственной ограниченности пучка дифракционная эффективность не достигает максимального значения [6]. Для более эффективного энергообмена дифрагированных световых пучков в одноосном гиротропном кристалле следует, для рассматриваемой геометрии акустооптического взаимодействия и малого угла Брэгга ($\varphi \ll 1$), использовать циркулярно-поляризованные световые пучки ($M_2 = 793 \cdot 10^{-18}$ $\text{с}^3/\text{Г}$) [7]. Дифрагированные световые пучки имеют форму, близкую к двухпараметрическим КП, причем характеристики пучка существенно зависят от параметра порядка и радиуса падающего пучка, а также мощности ультразвука, длины АО взаимодействия и угла Брэгга.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Linfoot, E.H.* Diffraction Images in Systems with an Annular Aperture / E.H. Linfoot, E. Wolf // Proceedings of the Physical Society. Section B. – 1953. – Vol. 66, № 2. – P. 145.

2. *Wolford, W.T.* Use of Annular Aperture to Increase Focal Depth / W.T. Wolford // Journal of the Optical Society of America. – 1960. – Vol. 50, № 8. – P. 749–753.

3. *Формирование бesselевых световых пучков на больших расстояниях из кольцевых полей* / Н.А. Хило, П.И. Ропот, П.К. Петров, В.Н. Белый // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2022. – Т. 58, № 1. – С. 90–100.

4. *Long-range propagation of annular beam for lidar application* / T. Shiina [et. al.] // Opt. Commun. – 2007. – Vol. 279. – P. 159–167.

5. *Gerçekcioglu, H.* Annular beam scintillations in strong turbulence / H. Gerçekcioglu, Ya. Baykal, S. Nakiboglu // Journal of the Optical Society of America A. – 2010. – Vol. 27, № 8. – P. 1834–1839.

6. *Белый, В.Н.* Дифракция световых пучков на затухающих ультразвуковых волнах в оптически изотропных средах / В.Н. Белый, И.Г. Войтенко, Г.В. Кулак // Журнал прикладной спектроскопии. – 1992. – Т. 56, № 5-6. – С. 831–836.

7. *Блистанов, А.А.* Кристаллы квантовой и нелинейной оптики / А.А. Блистанов. – Москва: МИСИС, 2000. – 431 с.

8. *Корн, Г.* Справочник по математикам. Для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – Москва: Наука, 1984. – 831 с.

9. *Прудников, А.П.* Интегралы и ряды / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – Москва: Наука, 1981. – 798 с.

Работа выполнялась в рамках программы Союзного государства «Компонент-Ф» (задание 3.6).

Поступила в редакцию 06.12.2023.

Информация об авторах

Белый Владимир Николаевич – академик НАН Беларуси

Кулак Геннадий Владимирович – д.ф.-м.н., профессор

Тозик Людмила Александровна – аспирантка

Шакин Олег Васильевич – д.т.н., профессор