

## ВЛИЯНИЕ РАСПОЛОЖЕНИЯ ВОЛОКОН В ТРУБЕ ИЗ КОМПОЗИТА НА ПАРАМЕТРЫ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО УДАРА

В.В. Можаровский, С.В. Киргинцева

*Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины*

## INFLUENCE OF THE ARRANGEMENT OF FIBERS IN A COMPOSITE PIPE ON THE PARAMETERS OF WATER HAMMER

V.V. Mozharovsky, S.V. Kirhintsava

*Francisk Skorina Gomel State University*

**Аннотация.** Исследуется явление гидравлического удара в однослойной трубе из композита известным методом характеристик, с помощью которого представляется возможным определить напор (давление) и расход (скорость) движущейся жидкости [1]–[5]. Построена методика и создана программа в среде Delphi, позволяющая определять параметры гидроудара в трубе из композита (скорость волны, напор и расход жидкости). Проведен расчет и анализ результатов о влиянии физико-механических характеристик гидравлического удара на напор (давление) и расход жидкости на примере трубы из полиэтилена, усиленной обмоткой стальных волокон [4] с различными схемами армирования [6], [7]. Скорость волны жидкости в ортотропной трубе определялась по разработанной методике [8], показано, что полученные результаты хорошо согласуются с другими экспериментальными и теоретическими данными.

**Ключевые слова:** *труба из композита, ортотропия, волокна, матрица, скорость волны, гидравлический удар, метод характеристик, напор, расход жидкости.*

**Для цитирования:** *Можаровский, В.В.* Влияние расположения волокон в трубе из композита на параметры гидравлического удара / В.В. Можаровский, С.В. Киргинцева // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 4 (57). – С. 30–35. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2023\\_4\\_57\\_30](https://doi.org/10.54341/20778708_2023_4_57_30). – EDN: EAIFOC

**Abstract.** The phenomenon of water hammer in a single-layer composite pipe is investigated by the known method of characteristics, with which it is possible to determine the pressure and flow rate (velocity) of a moving fluid [1]–[5]. A methodology has been developed and a program has been created in the Delphi environment that makes it possible to determine the parameters of a water hammer in a composite pipe (wave velocity, pressure and fluid flow). The calculation and analysis of the results on the influence of the physico-mechanical characteristics of a water hammer on the head (pressure) and flow rate of the liquid is carried out on the example of a polyethylene pipe reinforced with a winding of steel fibers [4] with various reinforcement schemes [6], [7]. The velocity of the liquid wave in the orthotropic tube was determined according to the developed method [8], it is shown that the results obtained are in good agreement with the other experimental and theoretical data.

**Keywords:** *composite pipe, orthotropy, fibers, matrix, wave velocity, water hammer, method of characteristics, pressure, fluid flow.*

**For citation:** *Mozharovsky, V.V.* Influence of the arrangement of fibers in a composite pipe on the parameters of water hammer / V.V. Mozharovsky, S.V. Kirhintsava // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2023. – № 4 (57). – P. 30–35. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2023\\_4\\_57\\_30](https://doi.org/10.54341/20778708_2023_4_57_30) (in Russian). – EDN: EAIFOC

### Введение

Численное моделирование и прогнозирование внезапного повышения или понижения давления очень важны для защиты трубопроводов от нежелательных повреждений из-за эффекта гидроудара. Явление гидравлического удара было впервые обосновано в 1898 г. выдающимся российским учёным – Н. Е. Жуковским [1]. Одной из основных составляющих элементов этой проблемы является регулирование возможного максимального давления путем оптимальной эксплуатации, а также выбор надежных материалов и проектирование защитных устройств в трубопроводах. На современном этапе развития технологий такими материалами могут быть композиты. Скорость ударной волны является основным фактором в моделировании переходных

процессов, который может значительно изменять частоту и амплитуду волн гидроудара, а также экстремальные переходные распределения давления вдоль трубопровода. Скорость волны зависит от многих факторов, таких как плотность и модуль упругости жидкости, материала и формы трубы. Широко известны формулы для определения скорости ударных волн в однослойных изотропных трубах [2], однако они дают погрешности при применении для труб из композитных материалов. В работе [8] представлены зависимости, определяющие скорость волны жидкости в однослойных и двухслойных изотропных и ортотропных трубах. В данной статье на основе ранее предложенного подхода моделируются и сравниваются параметры гидравлического удара для однослойных труб с различными схемами

армирования. Результат показывает, что армирование может увеличить скорость ударной волны и вызвать дополнительные гидравлические скачки давления в трубопроводе, которые определяются с помощью математического моделирования.

### 1 Постановка задачи

В работе приводятся исследования о влиянии схем армирования однослойной трубы из композита (длиной  $L$  с внутренним и внешним радиусом  $r_a$  и  $r_c$  соответственно, и с протекающей внутри жидкостью плотностью  $\rho$ ) волокнами с различной ориентацией (перпендикулярно, параллельно, радиально) на скорость волны, напор и расход жидкости при гидроударе. Решается задача компьютерной реализации определения напора и расхода жидкости при гидравлическом ударе для вышеуказанных труб из композитов методом характеристик.

### 2 Методика определения скорости волны и максимального давления при гидравлическом ударе

С помощью формул, предложенных известным российским ученым Н. Е. Жуковским, можно легко определять предельно возможное значение напора при гидравлическом ударе (прямой удар) [1]:

$$\Delta P = \pm \rho \cdot C \cdot V_0 \text{ или } \Delta H = \pm C \cdot V_0 / g, \quad (2.1)$$

где  $\Delta P$  – ударное повышение давления;  $\rho$  – плотность перекачиваемой жидкости;  $C$  – скорость ударной волны;  $g = 9,82 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения;  $H$  – пьезометрический напор;  $V_0 = 4Q / (\pi D^2)$  – скорость жидкости в трубе,  $Q$  – расход жидкости,  $D$  – внутренний диаметр трубы.

Скорость ударной волны в однородных изотропных трубах определяется соотношением

$$C = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{K} + \rho \frac{D}{E\delta}}}, \quad (2.2)$$

где  $K$  – модуль объемной упругости жидкости,  $E$  – модуль упругости материала трубы;  $D$  – диаметр трубопровода,  $\delta$  – толщина стенки трубопровода.

Для композитных труб скорость ударной волны определяется на основе теории упругости анизотропного тела. Так, в работе [8] выведены формулы, определяющие скорость волны при гидроударе для различных комбинаций слоистых упругих ортотропных свойств трубы и футеровки. Зависимость, определяющая скорость волны в однослойных ортотропных трубах [7], [8], будет

$$C = \sqrt{\frac{K / \rho}{1 + K \Omega}},$$

где

$$\Omega = \frac{-2}{1 - (r_c / r_a)^{2k}} \left( \frac{1}{A_{11}k + A_{12}} + \frac{(r_c / r_a)^{2k}}{A_{11}k - A_{12}} \right),$$

$$k = \sqrt{A_{22} / A_{11}},$$

$$A_{11} = \frac{E_r}{1 - \nu_{r0}\nu_{0r}}, A_{12} = \frac{\nu_{r0}E_0}{1 - \nu_{r0}\nu_{0r}}, A_{22} = \frac{E_0}{1 - \nu_{r0}\nu_{0r}},$$

$r_c$  и  $r_a$  – внешний и внутренний радиусы трубы соответственно.

Механические свойства (модули упругости материала трубы  $E_0$ ,  $E_r$  и коэффициенты Пуассона  $\nu_{0r}$ ,  $\nu_{r0}$  представлены в случае плоского напряженного состояния в цилиндрической системе координат  $\theta rz$  и определяются по правилу «смесей» с объемным содержанием  $V$  волокна (индекс  $f$ ) в матрице (индекс  $m$ ) волокнистых материалов при различных способах расположения волокон определяются следующим образом [6], [7]:

– перпендикулярное расположение волокон по отношению к оси  $z$ :

$$E_r = E_m \frac{1 + \eta V}{1 - \eta V}, \quad \eta = \frac{E_f - E_m}{E_f + E_m},$$

$$E_0 = VE_f + (1 - V)E_m$$

$$\nu_{r0} = V\nu_f + (1 - V)\nu_m,$$

$$\nu_{0r} = \frac{E_0}{E_r}\nu_{r0};$$

– радиальное расположение волокон по отношению к оси  $z$ :

$$E_r = VE_f + (1 - V)E_m,$$

$$E_0 = E_m \frac{1 + \eta V}{1 - \eta V}, \quad \eta = \frac{E_f - E_m}{E_f + E_m}, \quad \nu_{r0} = \frac{E_r}{E_0}\nu_{0r},$$

$$\nu_{0r} = V\nu_f + (1 - V)\nu_m;$$

– параллельное расположение волокон по отношению к оси  $z$ :

$$E_r = VE_f + (1 - V)E_m,$$

$$E_0 = E_r, \quad \nu_{r0} = \nu_{0r},$$

$$\nu_{0r} = V\nu_f + (1 - V)\nu_m.$$

Если волокна расположены под определенным углом к осям, необходимо использовать зависимости из [9] с учетом угла армирования.

### 3 Описание уравнений гидравлического удара и метода характеристик

Уравнения непрерывности и импульса для одномерных потоков переходных процессов через закрытые трубопроводы выражаются гиперболическими уравнениями в частных производных [3]

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + RQ|Q| = 0.$$

Эти уравнения обычно решаются численно, преобразовав их в уравнения в частных производных по характеристическим линиям методом характеристик, рисунок 3.1 [3].

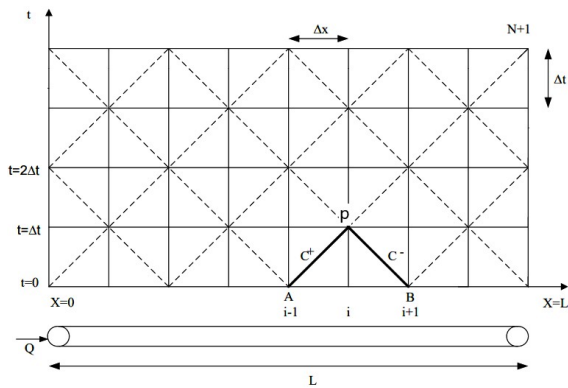


Рисунок 3.1 – Расчетная сетка метода характеристик [3]

Для вычисления этих параметров используем стандартную процедуру, которая есть во многих научных источниках, например, в [2]–[5]. Следуя этим работам, запишем механизм расчета необходимых параметров для определения напора и расхода жидкости в трубе.  $H$  и  $Q$  во внутренних узлах  $p$  сетки дискретизации определяются следующим образом:

$$H_{p_i} = \frac{C_p + C_M}{2}, Q_{p_i} = \frac{C_p - C_M}{2B},$$

где  $H$  – напор (м);  $t$  – время (с);  $C$  – скорость волны в трубе (м/с);  $g = 9,82 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения;  $A = \pi D^2 / 4$  – площадь поперечного сечения трубопровода ( $\text{м}^2$ );  $Q$  – расход жидкости ( $\text{м}^3/\text{с}$ );  $x$  – расстояние вдоль трубы (м);  $R = f \Delta x / (2gDA^2)$  – коэффициент сопротивления;  $B = C / (gA)$ ;  $f$  – коэффициент трения Дарси – Вайсбаха;  $\Delta x$  – шаг при разбиении трубы (м);  $D$  – внутренний диаметр трубы (м).

Значения  $C_p$  и  $C_M$  определяются из соотношений [3]

$$C_p = H_{i-1} + BQ_{i-1} - RQ_{i-1}|Q_{i-1}|,$$

$$C_M = H_{i+1} - BQ_{i+1} + RQ_{i+1}|Q_{i+1}|.$$

Граничные условия рассматриваемой задачи следующие:

– в резервуаре (левая граница):

$$H_{p_1} = H_0; Q_{p_1} = (H_{p_1} - C_M) / B;$$

– в области закрытия клапана (правая граница):

$$Q_{p_{NS}} = -BC_v + \sqrt{(BC_v)^2 + 2C_p C_v},$$

$$H_{p_{NS}} = C_p - BQ_{p_{NS}}, C_v = \frac{(Q_0 \tau)^2}{2H_0}, \tau = \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^s,$$

где  $H_0$  и  $Q_0$  – напор в резервуаре и расход жидкости соответственно;  $t_c$  – время закрытия задвижки (с);  $s$  – константа, характеризующая быстроту закрытия клапана (если  $s = 0$ , то предполагается, что клапан закрывается мгновенно, что приводит к максимальному пику давления; при  $0 < s < 1$

скорость потока будет быстро уменьшаться в начале и медленно уменьшаться в конце закрытия; при  $s = 1$  во время перекрытия будет наблюдаться линейное падение расхода; при  $s > 1$ , скорость потока будет медленно снижаться в начале и быстро уменьшаться в конце перекрытия). Для реализации метода характеристик при гидроударе в случае закрытия задвижки при течении жидкости в композитной волокнистой трубе с начальными напором и скоростью был составлен алгоритм математического моделирования расчета параметров и создана компьютерная программа.

#### 4 Пример расчета давления и расхода жидкости

Для полного описания расчета напора и расхода жидкости при гидравлическом ударе рассмотрим трубу из полиэтилена (модули упругости и коэффициенты Пуассона матрицы равны  $E_m = 1,43 \text{ ГПа}$ ,  $\nu_m = 0,4$ , а волокна соответственно равны  $E_f = 207 \text{ ГПа}$ ,  $\nu_f = 0,3$ ,  $V = 1,48\%$  [4]) с радиусом  $r_a = 0,232 \text{ м}$  и толщиной стенки  $\delta = 0,018 \text{ м}$ , усиленную обмоткой стальных волокон. По предложенной методике была составлена программа на основе метода характеристик, в которой учитывался расчет скорости волны для композитной трубы и определялись основные параметры. Был произведен расчет напора и расхода жидкости и сделан анализ о влиянии расположения волокон (перпендикулярное, параллельное) в матрице композиционного материала трубы на скорость волны, давление и расход жидкости при гидроударе. Результаты вычислений показаны на рисунках 4.1–4.3. Труба из композита длиной  $L = 2500 \text{ м}$  была разделена на 5 секций; задаются условия  $H_0 = 49,95 \text{ м}$ ;  $Q_0 = 0,1 \text{ м}^3/\text{с}$ ; коэффициент трения  $f = 0,018$ ;  $T_{max} = 50 \text{ с}$ ; время закрытия задвижки  $t_c = 2,1 \text{ с}$  и  $t_c = 0 \text{ с}$ , константа  $s$  принята равной 1,5 и 0.

График зависимости скорости волны  $C$  от объемного содержания  $V$  и расположения волокон показан на рисунке 4.1 [7].

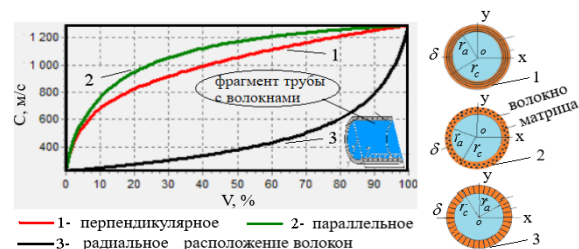


Рисунок 4.1 – График зависимости скорости волны  $C$  от объемного содержания  $V$  и расположения волокон в трубе из композита (толщина стенки  $\delta = 0,018 \text{ м}$ )

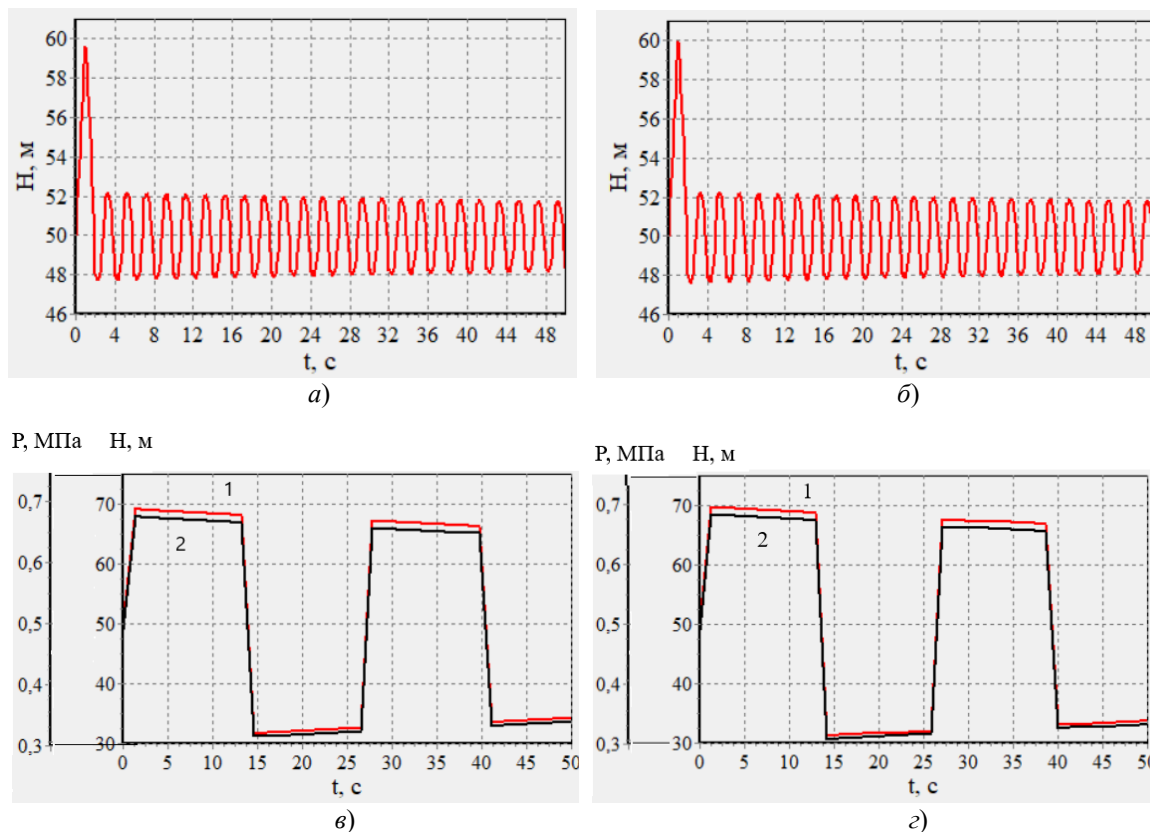


Рисунок 4.2 – Графики зависимости напора  $H$  (давления  $P$ ) от  $t$  ( $V = 1,48\%$ ):  
 а)  $t_c = 2,1$  с,  $s = 1,5$  (перпендикулярное); б)  $t_c = 2,1$  с,  $s = 1,5$  (параллельное);  
 в)  $t_c = 0$  с,  $s = 0$  (перпендикулярное), график 1 –  $H$ , график 2 –  $P$ ;  
 з)  $t_c = 0$  с,  $s = 0$  (параллельное): график 1 –  $H$ , график 2 –  $P$

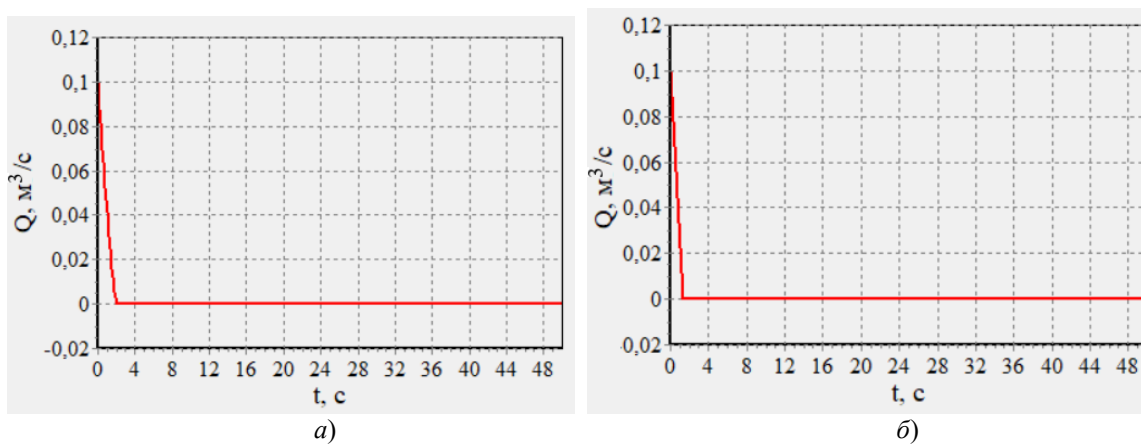


Рисунок 4.3 – Графики зависимости расхода жидкости  $Q$  от времени  $t$  ( $V = 1,48\%$ ):  
 а)  $t_c = 2,1$  с,  $s = 1,5$ ; б)  $t_c = 0$  с,  $s = 0$

На рисунке 4.2 и рисунке 4.3 представлены графики зависимости напора  $H$  и расхода жидкости  $Q$  при перпендикулярном и параллельном расположении волокон по отношению к оси  $z$  ( $V = 1,48\%$ ) при  $t_c = 2,1$  с,  $s = 1,5$  и  $t_c = 0$  с,  $s = 0$ . Скорость волны при перпендикулярном расположении волокон равна  $C = 377$  м/с, при параллельном –  $C = 388$  м/с (рисунок 4.1).

Из рисунков 4.2 в, з видно, что максимальные напоры незначительно отличаются от расположения волокон при полном закрытии задвижки: для перпендикулярного расположения волокон  $H_{max} = 69,3$  м, параллельного –  $H_{max} = 69,8$  м. Следовательно, можно использовать при расчетах формулу Жуковского Н.Е. для времени закрытия  $t_c$  меньше, чем фаза гидравлического удара  $T$ . Действительно, определив

$$\Delta H = H_{\max} - H_0 = \pm C \cdot 4Q_0 / (\pi D^2 g)$$

для перпендикулярного и параллельного расположения волокон, имеем:  $H_{\max} = 69,5$  м и  $H_{\max} = 71,1$  м соответственно.

Шаг по времени вычислялся по формуле  $ht = L / (CN)$ . Фаза  $T = 2L / C$  для перпендикулярного расположения волокон составляет 13,3 с; для параллельного – 12,9 с, что отражено на рисунках 4.2 в, з.

По формуле Жуковского  $\Delta P = \pm \rho \cdot C \cdot V_0$  для перпендикулярного расположения волокон  $\Delta P = 0,19$  МПа, для параллельного –  $\Delta P = 0,20$  МПа, что совпадает с результатами, представленными на рисунке 4.2 в, з.

Из рисунков 4.2 видно, что при небольшом содержании волокон ( $V = 1,48\%$ ) с указанными физико-механическими характеристиками влияние их расположения на напор  $H$  незначительное, однако при большом содержании волокон отличие значений  $H$  может достигать 10% при перпендикулярном и параллельном расположении, что показано на рисунке 4.4. Следует отметить, что при параллельном расположении волокон  $H_{\max}$  больше, чем при перпендикулярном.

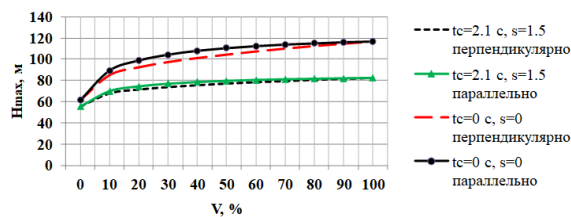


Рисунок 4.4 – Графики зависимости напора  $H_{\max}$  от объемного содержания волокон  $V$

Колебание давления в трубе рассчитывается в 5-и точках трубы для разного временного состояния при течении жидкости до положения задвижки. Для краткости результаты приведены на рисунках 4.5 и 4.6.

Как видно из рисунков 4.5 и 4.6, для объемного содержания  $V = 1,48\%$  металлических волокон в матрице из полиэтилена, влияние расположения волокон на параметры гидроудара незначительное в связи с близкими значениями скоростей волн в рассматриваемом случае.

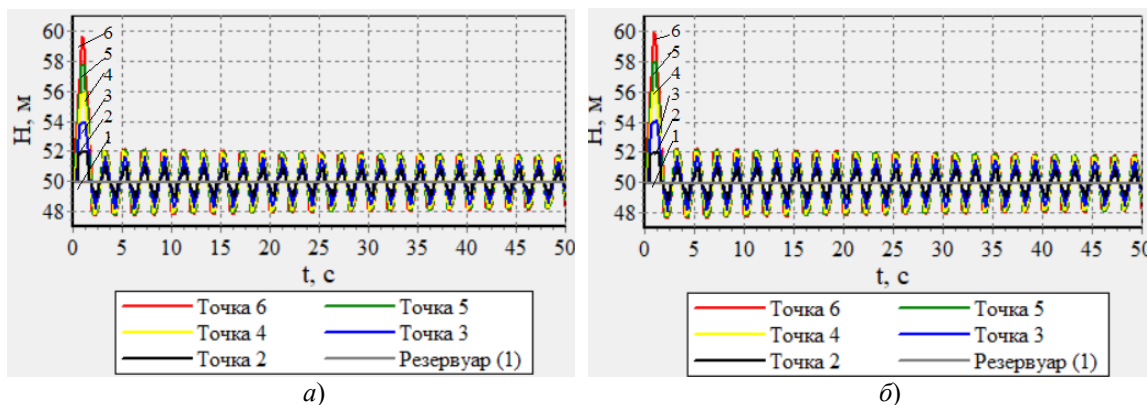


Рисунок 4.5 – Графики зависимости напора  $H$  от времени  $t$  в определенных точках трубы ( $t_c = 2,1$  с;  $s = 1,5$ ;  $V = 1,48\%$ ): а) перпендикулярное, б) параллельное расположение волокон

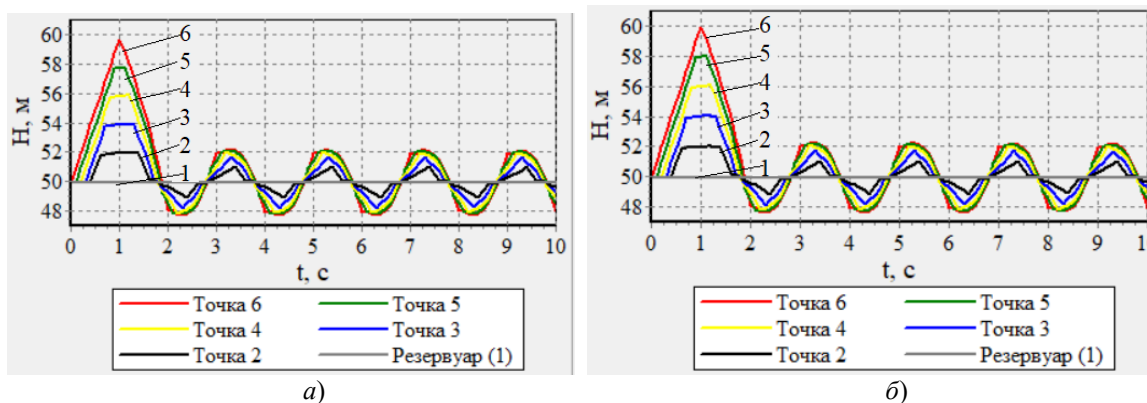


Рисунок 4.6 – Графики зависимости напора  $H$  от времени  $t$  в определенных точках трубы ( $t_c = 2,1$  с;  $s = 1,5$ ;  $V = 1,48\%$ ): а) перпендикулярное, б) параллельное расположение волокон

### Заключение

В статье предложена методика определения параметров гидравлического удара (скорости волны, напора, расхода жидкости) при движении жидкостей в однослойной трубе из композита с разным расположением волокон в матрице композиционного материала при условии, что оси анизотропии совпадают с направлением волокон. Теоретические результаты, а также расчеты по предложенной компьютерной программе, созданной на базе метода характеристик, которые представлены в данной работе, и, как показывают экспериментальные и другие теоретические исследования, адекватно отражают происходящие явления при гидроударе. Проведенные исследования показывают, что армирование может увеличить скорость ударной волны и вызвать дополнительные гидравлические скачки давления в трубопроводе, в основном, за счет увеличения объемного содержания  $V$  армирующих волокон в трубе из композита.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Жуковский, Н.Е. О гидравлическом ударе в водопроводных трубах / Н.Е. Жуковский. – М.Д.: Гостехтеорелитиздат, 1949. – 104 с.
2. Mahdy, Mostafa. Analysis of water hammer using method of characteristics for different pipes material / Mostafa Mahdy // International Journal of Latest Technology in Engineering, Management & Applied Science (IJLTEMAS). – 2019. – Vol. VIII, iss. I. – 9 p.
3. Rahul, Kr. Garg. Analysis of Hydraulic Transients in a Reservoir-Valve-Pipeline Arrangement by Using Method of Characteristics (MOC) / Rahul Kr. Garg, Dr. Arun Kumar // Conference Paper JCATAACE – 2018. – April 2018. – 9 p.

4. Wan, Wuyi. Shock wave speed and transient response of PE pipe with steel-mesh reinforcement / Wuyi Wan, Xinwei Mao // Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration. – 2016. – № 5. – Article ID 8705031. – 10 p. – DOI: <http://dx.doi.org/10.1155/2016/8705031>.

5. Попов, Д.Н. Гидромеханика: учеб. пособие / Д.Н. Попов, С.С. Панаиотти, М.В. Рябинин; под ред. Д.Н. Попова. – 3-е изд., испр. – Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. – 317 с.

6. Можаровский, В.В. Прикладная механика слоистых тел из композитов / В.В. Можаровский, В.Е. Старжинский. – Минск: Наука и техника, 1988. – 280 с.

7. Можаровский, В.В. Влияние схем армирования трубы из композита на скорость волны при гидравлическом ударе / В.В. Можаровский, С.В. Киргинцева // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 3 (56). – С. 21–25.

8. Можаровский, В.В. Скорость волны при гидроударе и напряженно-деформированное состояние слоистых футерованных труб из ортотропных материалов / В.В. Можаровский, С.В. Киргинцева // Проблемы физики, математики и техники. – 2022. – № 2 (51). – С. 44–51.

9. Прусов, И.А. Термоупругие анизотропные пластинки / И.А. Прусов. – Минск: Изд-во БГУ, 1978. – 200 с.

Поступила в редакцию 11.09.2023.

### Информация об авторах

Можаровский Валентин Васильевич – д.т.н., профессор  
Киргинцева Светлана Викторовна – старший преподаватель