

УДК 539.3

DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2023_3_56_21
EDN: BTLCZN**ВЛИЯНИЕ СХЕМ АРМИРОВАНИЯ ТРУБЫ ИЗ КОМПОЗИТА
НА СКОРОСТЬ ВОЛНЫ ПРИ ГИДРАВЛИЧЕСКОМ УДАРЕ****В.В. Можаровский, С.В. Киргинцева***Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины***INFLUENCE OF COMPOSITE PIPE REINFORCEMENT SCHEMES ON THE
WAVE SPEED IN CASE OF WATER HAMMER****V.V. Mozharovsky, S.V. Kirhintsava***Francisk Skorina Gomel State University*

Аннотация. Приводятся исследования скорости волны при гидроударе для однослойных труб из композита с различными схемами армирования и с протекающей внутри жидкостью. Для разработки математических моделей расчета скорости волны используется математическая теория упругости анизотропной среды, на основе концепций макромеханики. На примере расчета трубы из полиэтилена, усиленной обмоткой стальных волокон, сделан анализ результатов о влиянии процентного содержания волокна в матрице композиционного материала на скорость волны при гидроударе. Показано, что полученные результаты хорошо согласуются с другими экспериментальными и теоретическими данными.

Ключевые слова: *труба из композита, ортотропия, волокна, матрица, скорость волны, гидравлический удар.*

Для цитирования: *Можаровский, В.В.* Влияние схем армирования трубы из композита на скорость волны при гидравлическом ударе / *В.В. Можаровский, С.В. Киргинцева* // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 3 (56). – С. 21–25. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2023_3_56_21. – EDN: BTLCZN

Abstract. The studies of the wave velocity during water hammer for single-layer pipes made of a composite with a liquid flowing inside with various reinforcement schemes are presented. To develop mathematical models for calculating the wave speed, the mathematical theory of elasticity of an anisotropic medium is used, based on the concepts of macromechanics. Using the example of calculating a polyethylene pipe reinforced with a winding of steel fibers, an analysis was made of the results on the effect of the percentage of fiber in the matrix of a composite material on the wave velocity during hydraulic shock. It is shown that the results obtained are in good agreement with the other experimental and theoretical data.

Keywords: *composite pipe, orthotropy, fibers, matrix, wave velocity, water hammer.*

For citation: *Mozharovsky, V.V.* Influence of composite pipe reinforcement schemes on the wave speed in case of water hammer / *V.V. Mozharovsky, S.V. Kirhintsava* // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2023. – № 3 (56). – P. 21–25. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2023_3_56_21 (in Russian). – EDN: BTLCZN

Введение

В современной практике машиностроения и теплоэнергетики одной из актуальных задач является создание и применение труб из композитов, которые отличаются своей легкостью и износостойкостью и, как следствие, долговечностью в использовании, что, в свою очередь, влияет на экономическую составляющую изготовления элементов конструкций.

Следует отметить, что в настоящее время недостаточно внимания уделяется разработке современных математических моделей расчета деформированного и напряженного состояний слоистых труб из композитов в динамике, а именно определения скорости волны при гидроударе при транспортировке жидкости, которые адекватно отражали бы экспериментальные исследования. Одной из задач математического моделирования является численная реализация расчета напряженно-деформированного состояния слоистых труб из композитов в динамике и

определение скорости волны при гидроударе для различных схем армирования. Так, основные подходы и элементы армирования, теоретические положения, касающиеся расчета, также заложены в работах [1]–[3]. В статье [3] представлена определенная методика расчета параметров гидроудара для армированной полиэтиленовой трубы, а также приводятся экспериментальные результаты, которые дают возможность адекватно оценивать полученные теоретические исследования.

Для разработки математических моделей используется математическая теория упругости анизотропной среды на основе концепций макромеханики. При этом необходимо при определении параметров трубы из композита использовать характеристики материалов: объемное содержание волокна в матрице, модули упругости, коэффициент Пуассона и пределы прочности в разных направлениях. Для определения механических характеристик в телах сопряжения из

волоконистых композиционных материалов применяется теория как изотропного и трансверсально-изотропного, так и ортотропного тела. Теорию трансверсально-изотропного тела, в случае плоской деформации, можно применить, например, для расчета слоистого композита с армирующими волокнами, расположенными хаотически в плоскости, для которой имеет место изотропия. В данном случае различие упругих свойств проявляется при переходе от слоя к слою, т. е. можно сказать, что упругие свойства меняются в направлении наслаивания. Упругие свойства такого композита характеризуют четыре независимые постоянные, а через них достаточно просто могут быть вычислены остальные постоянные. Для приближенного анализа в расчете модулей упругости, например, армированной трубы, в работе [3] используется определенный подход, применительно к композитным материалам. В представленной же работе исследования проводились по алгоритму построения математической модели и расчета трубы на основании теории упругости ортотропного тела в случае плоского напряженного состояния, который легко можно преобразовать для плоской деформации.

1 Постановка задачи

В данной статье рассматривается явление гидроудара для труб из волоконистых композитов с целью оценки схем армирования и механических свойств материалов на скорость волны, что непосредственно вызывает резкое повышение напряжений в трубе. Такое явление возникает при транспортировке жидкости в экстремальных условиях (резкое и сильное повышение давления в трубопроводе при внезапном торможении движущегося по нему потока жидкости, перекрытия трубы, включение насосов подкачки и др.). Исторически известно, что явление гидравлического удара было впервые обосновано выдающимся российским учёным – Н. Е. Жуковским (1898 г.), установившим основные зависимости расчета предельно возможного значения напора при гидравлическом ударе (прямой удар) [1]. В настоящей работе приводятся исследования скорости волны при гидроударе для однослойных труб из композита с различными схемами армирования, длиной L и диаметром D с протекающей внутри жидкостью плотностью ρ . Так, на рисунках в таблице 3.1 показаны схемы а), б), в) для построения моделей армирования однослойных труб из композитов с описанием ортотропии механических свойств для применяемых материалов. Решается задача компьютерной реализации определения скорости волны и максимального давления при гидравлическом ударе для выше указанных труб из композитов.

2 Методика определения скорости волны и максимального давления при гидравлическом ударе

Принимаем при расчете формулу Н.Е. Жуковского для предельно возможного значения напора при гидравлическом ударе (прямой удар):

$$\Delta P = \rho c \Delta v, \quad (2.1)$$

где ΔP – ударное повышение давления,

$$P = \rho g(H - Z),$$

ρ – плотность перекачиваемой жидкости, c – скорость ударной волны, Δv – изменение скорости потока жидкости, Z – высота центральной линии трубы от заданной точки отсчета, H – пьезометрический напор.

Анализируя известную классическую зависимость для определения распространения скорости ударной волны в однородных изотропных трубах

$$c = 1 / \sqrt{\frac{\rho}{K} + \rho \cdot \frac{D}{E\delta}}, \quad (2.2)$$

можно сделать вывод о снижении скорости волны при увеличении диаметра трубы, уменьшении толщины её стенок и коэффициента упругости материала труб (K – модуль объемной упругости жидкости, E – модуль упругости материала трубы; D – диаметр трубопровода, δ – толщина стенки трубопровода).

Формула (2.2) определяет скорость волны для однослойных изотропных труб. В работе [2] выведены формулы, определяющие скорость волны при гидроударе для различных комбинаций слоистых упругих ортотропных свойств трубы и футеровки.

Максимальное давление, возникающее внутри трубы, определяется по известным зависимостям (2.3) (например, см.[4]):

$$H_{\max} = H_0 + Dh_{\text{hammer}} + Dh_{\text{friction}}, \quad (2.3)$$

где $Dh_{\text{friction}} = I \frac{LV^2}{2Dg}$, $Dh_{\text{hammer}} = \frac{cV}{g}$, I – коэффициент трения трубы;

V – средняя скорость воды в трубе, ($V = Q/S$, где H – значение напора в м, вод. ст., Q – общий расход жидкости, S – площадь поперечного сечения трубы); g – ускорение свободного падения, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

3 Расчет скорости волны в трубе из композита при гидравлическом ударе

Разработана программа в среде Delphi для расчета скорости волны и максимальных давлений внутри труб для различных конструкций и механических характеристик: однослойных и двухслойных, изотропных и ортотропных. Для анализа влияния схем армирования трубы на скорость волны при гидравлическом ударе рассмотрим однослойные ортотропные трубы [2], [3]. Скорость волны для всех труб определяется по формуле

$$c = \sqrt{\frac{K/\rho}{1+K\Omega}}, \quad (3.1)$$

здесь K – объемный модуль упругости для жидкости, r_c и r_a – внешний и внутренний радиусы трубы соответственно. Параметр Ω определяется по методике изложенной в работах [2], [6] в зависимости от принятой модели трубы.

Упругие постоянные и геометрические параметры будут [2]

$$A_{11} = \frac{E_r}{1-\nu_{r0}\nu_{0r}}, \quad A_{12} = \frac{\nu_{r0}E_0}{1-\nu_{r0}\nu_{0r}}, \quad A_{22} = \frac{E_0}{1-\nu_{r0}\nu_{0r}},$$

$$\Omega = \frac{-2}{1-(r_c/r_a)^{2k}} \left(\frac{1}{A_{11}k + A_{12}} + \frac{(r_c/r_a)^{2k}}{A_{11}k - A_{12}} \right),$$

$$k = \sqrt{m} = \sqrt{A_{22}/A_{11}}.$$

Так как материал трубы имеет волокнистую структуру, состоящую из матрицы и волокна, то применяем правило «смесей» для оценки влияния объемного содержания волокна на изменения модулей упругости и коэффициента Пуассона. Соответственно, меняется скорость волны гидроудара и происходит изменение ударного давления.

Если же использовать формулы, определяющие радиальное перемещение кольца (трубы) из ортотропного материала при действующем давлении внутри трубы (см., например, [5]), после несложных преобразований найдем деформацию

$$\varepsilon_0 = \frac{u_r}{r} \Big|_{r=r_a} = \frac{P}{E_0} \left(\nu_{0r} - k_1 \frac{1+(r_c/r_a)^{2k_1}}{1-(r_c/r_a)^{2k_1}} \right)$$

а затем, учитывая, что $\Omega = 2\varepsilon_0/P$ [2], где

$$k_1 = \sqrt{E_0/E_r},$$

получим выражение для Ω в формуле (3.1):

$$\Omega = \frac{2}{E_0} \left(\nu_{0r} - k_1 \frac{1+(r_c/r_a)^{2k_1}}{1-(r_c/r_a)^{2k_1}} \right), \quad (3.2)$$

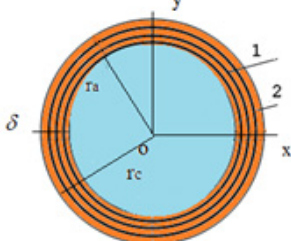
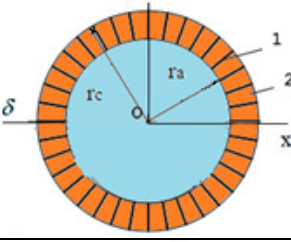
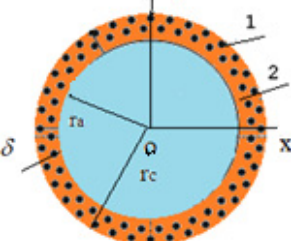
которое совпадает с формулой, предложенной в [6] для изотропного случая, когда $k_1 = 1$.

Если же рассматривать расчет трубы из ортотропного материала в случае плоской деформации, то достаточно заменить k_1 ,

$$k_1 = \sqrt{\frac{E_0(1-\nu_{rz}\nu_{zr})}{E_r(1-\nu_{z0}\nu_{0z})}},$$

где ν_{z0} , ν_{0z} и ν_{rz} , ν_{zr} – коэффициенты Пуассона, связанные с направлением оси Z .

Таблица 3.1 – Зависимости для определения модулей упругости E_0 , E_r и коэффициентов Пуассона ν_{0r} , ν_{r0} (механических свойств) волокнистых материалов при различных способах расположения волокон

Вид расположения волокон	Расчетная схема (1-волокно, 2-матрица)	Механические свойства
а) перпендикулярное расположение волокон по отношению к оси Z		$E_r = E_m \frac{1+\eta V}{1-\eta V}, \quad \eta = \frac{E_f - E_m}{E_f + E_m},$ $E_0 = VE_f + (1-V)E_m,$ $\nu_{r0} = V\nu_f + (1-V)\nu_m,$ $\nu_{0r} = \frac{E_0}{E_r} \nu_{r0}.$
б) радиальное расположение волокон по отношению к оси Z		$E_r = VE_f + (1-V)E_m,$ $E_0 = E_m \frac{1+\eta V}{1-\eta V}, \quad \eta = \frac{E_f - E_m}{E_f + E_m},$ $\nu_{r0} = \frac{E_r}{E_0} \nu_{0r},$ $\nu_{0r} = V\nu_f + (1-V)\nu_m.$
в) параллельное расположение волокон по отношению к оси Z		$E_r = VE_f + (1-V)E_m,$ $E_0 = E_r,$ $\nu_{r0} = \nu_{0r},$ $\nu_{0r} = V\nu_f + (1-V)\nu_m.$

4 Пример расчета и анализ результатов

Рассмотрим трубу из полиэтилена (модули упругости и коэффициенты Пуассона матрицы равны $E_m = 1,43$ ГПа, $\nu_m = 0,4$, а волокна соответственно равны – $E_f = 207$ ГПа, $\nu_f = 0,3$, [3]) с радиусом $r_a = 0,232$ м и толщиной стенки $\delta = 0,018$ м, усиленную обмоткой стальных волокон. По предложенной методике был произведен расчет и сделан анализ о влиянии процентного содержания волокна в матрице композиционного материала на скорость волны при гидроударе, результаты вычислений показаны на рисунке 4.1, что хорошо согласуются с экспериментальными и теоретическими данными работы [3] при перпендикулярном расположении волокон. Так, например, в [3] при объемном содержании волокна $V = 1,48\%$ скорость волны c составляет 385 м/с, по экспериментальным данным равна – 379,8 м/с [3], а по предложенной методике в данной работе, скорость волны равна 377 м/с, исходя из рассчитанных модулей упругости по правилу «смесей» $E_r = 1,47$ ГПа и $E_\theta = 4,47$ ГПа.

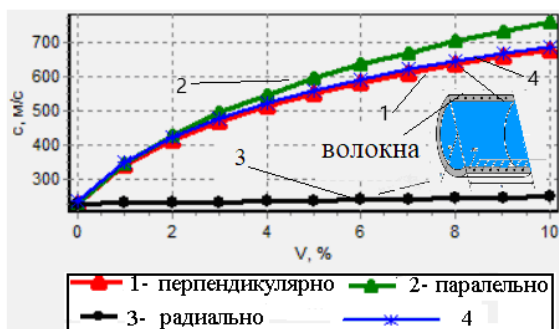


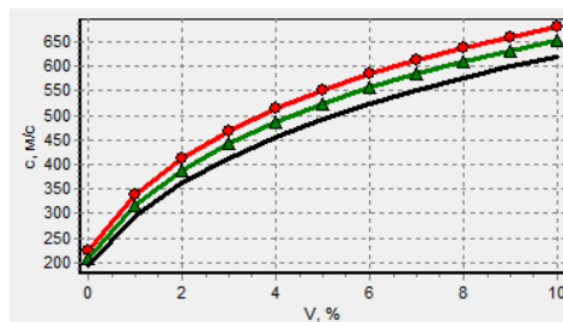
Рисунок 4.1 – График зависимости скорости волны от объёмного содержания волокон в матрице композиционного материала (обозначение 4 на графике – данные из работы [3])

На рисунке 4.2 показаны графики изменения скорости волны от объёмного содержания волокон в матрице композиционного материала для различных толщин трубы при перпендикулярном (а), радиальном (б) и параллельном (в) расположении волокон по отношению к оси z.

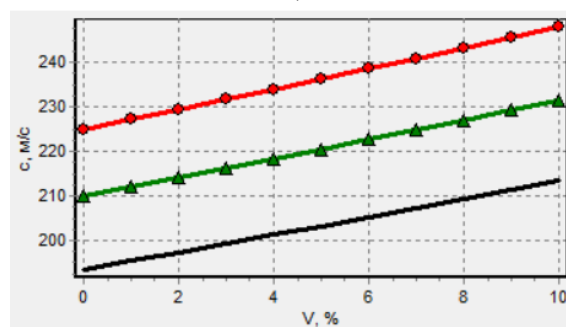
На рисунке 4.3 показаны графики зависимости скорости волны от объёмного содержания волокон в матрице композиционного материала для толщины трубы $\delta = 0,018$ м при перпендикулярном, радиальном и параллельном расположении волокон по отношению к оси Z.

Характер изменения кривых с изменением объёмного содержания волокон для случая перпендикулярного и параллельного расположения имеет идентичную корреляцию (рисунок 4.2, а, рисунок 4.2, в, рисунок 4.1, рисунок 4.3) и с увеличением толщины скорость волны увеличивается. Можно заметить из анализа кривой 3 на рисунке 4.3 (радиальное расположение), что для

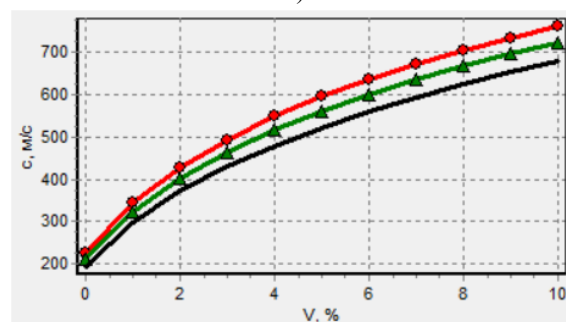
малых величин объёмного содержания волокон скорость волны изменяется незначительно, но резко возрастает при большом содержании волокон, примерно от 80% до 100% и достигает скорости 1291 м/с. Используя предложенные графики, легко можно определить скорость волны при гидроударе при различном объёмном содержании волокон и для других толщин труб из композитов. Для этого разработан алгоритм расчета скорости волны и программа реализации этого расчета с графиками, представленными на рисунках в зависимости от входящих параметров.



а)



б)



в)

Рисунок 4.2 – График зависимости скорости волны от объёмного содержания волокон в матрице композиционного материала для различных толщин трубы при перпендикулярном (а), радиальном (б) и параллельном (в) расположении волокон по отношению к оси Z

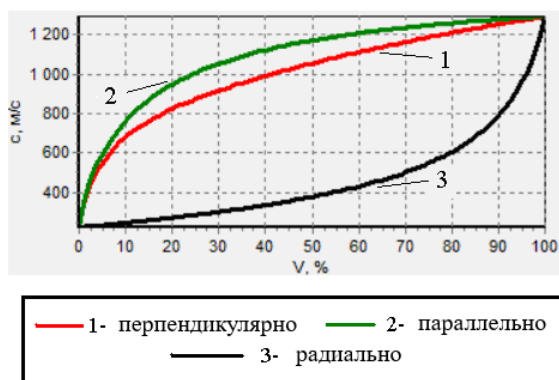


Рисунок 4.3 – График зависимости скорости волны от объёмного содержания волокон в матрице композиционного материала и расположения волокон для толщины трубы $\delta = 0,018$ м

Заключение

В статье предложена методика расчета скорости волны при движении жидкостей в трубе из композитов с разным расположением волокон в матрице композиционного материала при условии, что оси анизотропии совпадают с направлением волокон. Теоретические результаты, которые представлены в данной работе, построены в случае расчета трубы, используя плоско-напряженное состояние, и, как показывают экспериментальные и другие теоретические исследования, адекватно отражают происходящее явление при гидроударе. На основании выведенных теоретических подходов для определения скорости движения волны при гидроударе для трубы из композита, используя теорию упругости анизотропного тела, можно построить методику для случая армирования трубы с волокнами, которые расположены под некоторым углом к основным осям материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуковский, Н.Е. О гидравлическом ударе в водопроводных трубах / Н.Е. Жуковский. – М.Д.: Гостехтеоретлитиздат, 1949. – 104 с.
2. Можаровский, В.В. Скорость волны при гидроударе и напряженно-деформированное состояние слоистых футерованных труб из ортотропных материалов / В.В. Можаровский, С.В. Киргинцева // Проблемы физики, математики и техники. – 2022. – № 2 (51). – С. 44–51.
3. Wuyi Wan. Shock wave speed and transient response of PE pipe with steel-mesh reinforcement / Wuyi Wan, Xinwei Mao // Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration. – Vol. 2016. – Article ID 8705031. – 10 p.
4. Maximum pressure surge generated by water hammer [Electronic resource]. – Mode of access: <https://webstatsdomain.org/d/excelcalculations.blogspot.com>. – Date of access: 10.03.2023.
5. Справочник по строительной механике корабля в 3 т.: т. 2 / Г.В. Бойцов, О.М. Палий, В.А. Постнов [и др.]. – Л.: Судостроение, 1982. – 462 с.
6. Wave celerity in hydraulic transients computation for cipp-rehabilitated pipes / F. Evangelista [et al.] // Int. J. Comp. Meth. and Exp. Meas. – 2020. – Vol. 8, № 4. – P. 326–340.

Поступила в редакцию 01.06.2023.

Информация об авторах

Можаровский Валентин Васильевич – д.т.н., профессор
Киргинцева Светлана Викторовна – старший преподаватель