

УДК 539.3

DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2023_1_54_31

EDN: GTXFSB

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ И ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В.В. Можаровский, С.В. Киргинцева

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины

CALCULATION OF THE STRESS-STRAIN STATE OF GEAR TEETH MADE OF COMPOSITE AND FUNCTIONAL GRADIENT MATERIALS

V.V. Mozharovsky, S.V. Kirhintsava

Francisk Skorina Gomel State University

Аннотация. В работе представлена методика определения зоны контакта, напряжений и перемещений при взаимодействии зубьев зубчатых колес из композиционных и функционально-градиентных материалов (ФГМ), основанная на анизотропной теории упругости [1]. Представлены графики зависимости напряжений по глубине от поверхности контакта для различных материалов, показано хорошее соответствие для предельного случая – изотропии материала.

Ключевые слова: *зубчатые колеса, контактное напряжение, контактное перемещение, зона контакта, функционально-градиентный материал, композит.*

Для цитирования: *Можаровский, В.В.* Расчет напряженно-деформированного состояния зубьев зубчатых колес из композиционных и функционально-градиентных материалов / В.В. Можаровский, С.В. Киргинцева // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 1 (54). – С. 31–37. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2023_1_54_31. – EDN: GTXFSB

Abstract. A method for determining the contact zone, stresses and displacements during the interaction of gear teeth made of composite and functionally gradient materials (FGM), based on the theory of anisotropic elasticity theory is presented. The graphs of the depth dependence of stresses on the contact surface for various materials are presented, and a good correspondence is shown for the limiting case – the isotropy of the material.

Keywords: *gears, contact tension, contact displacement, contact zone, functional gradient material, composite.*

For citation: *Mozharovsky, V.V.* Calculation of the stress-strain state of gear teeth made of composite and functional gradient materials / V.V. Mozharovsky, S.V. Kirhintsava // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2023. – № 1 (54). – P. 31–37. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2023_1_54_31 (in Russian). – EDN: GTXFSB

Введение

В применяемой практике машиностроения одной из актуальных задач является создание и использование материалов, которые отличались бы своей износостойкостью и долговечностью, что значительно влияет на экономическую составляющую изготовления и эксплуатацию деталей элементов конструкций. Это, в свою очередь, требует разработки более детального подхода к новым алгоритмам расчета, базирующимся на современном программном обеспечении, которое позволит выбрать оптимальные свойства композиционных материалов.

В данной работе рассмотрено ряд контактных задач применительно к инженерному расчету цилиндрических тел, которые моделируют взаимодействие зубьев зубчатых колес и элементов фрикционных передач [1]–[5]. Расчет зубчатых колес из композитов является многопрофильным, включая расчеты, связанные с напряжениями зубьев и трибологическими отказами,

такими как износ. Несмотря на важность контактных напряжений в зубчатых колесах из композитов, всесторонний анализ этих напряжений не был широко представлен в литературе.

1 Постановка задачи

При работе зубчатой передачи, состоящей из контактирующего жесткого колеса и колеса из композита, возникает контактное взаимодействие зубьев двух колес. Представим разрабатываемый подход к реализации расчета напряжений и перемещений как на поверхности, так и по глубине зуба из композита. Считаем, что модуль упругости металлического колеса значительно превышает модуль упругости композита, следовательно, можно рассматривать контактную задачу о вдавлении жесткого цилиндра в полуплоскость из композита, приняв определенный закон распределения давления в зоне контакта. Задавая закон распределенного поверхностного давления при взаимодействии зубьев зубчатых

колес (жесткого и из композита), а также размеры площади контакта, можно определять напряжения и перемещения в изотропной, ортотропной или в полуплоскости, моделирующей свойства материала из ФГМ. Так как зона контакта достаточно мала по сравнению с контактирующим зубом, то легко составить математическую модель расчета параметров контакта, используя методику расчета напряжений в полубесконечном упругом теле рассматриваемой среды при плоской деформации. Для дальнейшего создания алгоритма расчета напряженного состояния при взаимодействии зубьев зубчатых колес из вышеуказанных материалов построим механико-математическую модель контакта зубьев зубчатых колес из композиционных материалов (рисунок 1.1).

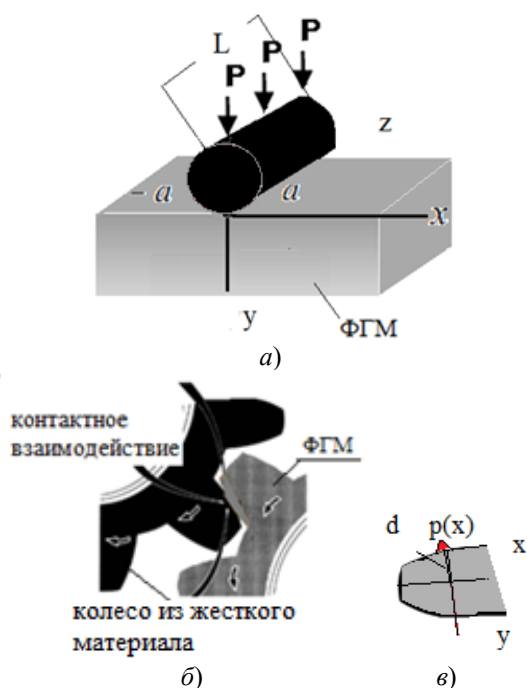


Рисунок 1.1 – Схема контакта зубьев шестерни из ФГМ:
 а) механико-математическая модель;
 б) схема реальной передачи;
 в) схема расчета напряжений в зубе из ФГМ

2 Методика расчета

Рассмотрим композиционный материал, армированный волокнами, которые ориентированы в направлении одной из осей X или Y (координатные оси совпадают с основными направлениями материала). С позиций макромеханики расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) такого материала при действии граничной нагрузки необходимо рассматривать на основе закономерностей ортотропии.

Представим расчет напряженного состояния полубесконечного ортотропного тела, при взаимодействии зубьев зубчатых колес из композита, подверженного воздействию поверхностно-

го давления p , распределенного в соответствии с законом

$$p(x) = p_0 \sqrt{a^2 - x^2}, \quad p_0 = \frac{2P}{L\pi a^2}; \quad (2.1)$$

или согласно [1]

$$p(x) = m \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \sqrt{a^2 - x^2}, \quad (2.2)$$

где R_1 и R_2 – радиусы двух взаимодействующих цилиндров (мм); P и L – действующее усилие и длина цилиндра, параметр

$$m = [((\beta_1 + \beta_2)S_{22})^{(1)} + ((\beta_1 + \beta_2)S_{22})^{(2)}]^{-1},$$

индексы (1) и (2) – характеризуют материалы двух цилиндров, величины $\beta_{1,2}$ для каждого цилиндра вычисляются по формулам [1]

$$\beta_{1,2} = \left(\frac{\sqrt{S_{66} + 2S_{12} \pm \sqrt{(S_{66} + 2S_{12})^2 - 4S_{11}S_{22}}}}{2S_{11}} \right)^{-1},$$

где постоянные $S_{i,j}$ при плоской деформации определяются из [1] следующим образом:

$$S_{11} = \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1}, \quad S_{12} = -\frac{\nu_{12} + \nu_{13}\nu_{31}}{E_1},$$

$$S_{22} = \frac{1 - \nu_{32}\nu_{23}}{E_2}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}},$$

индексы i, j технических постоянных материалов цилиндров (модуля упругости E (МПа), коэффициента Пуассона ν и модуля сдвига G (МПа)) характеризуют различные направления и вычисляются по зависимостям по правилу смесей:

$$E_1 = VE_f + (1-V)E_m, \quad E_2 = \frac{E_m(1+\eta V)}{1-\eta V},$$

$$G_{12} = G_m \frac{G_f(1+V) + G_m(1-V)}{G_f(1-V) + G_m(1+V)},$$

$$\eta = (E_f - E_m) / (E_f + E_m);$$

$$\nu_{12} = \nu_{13} = V\nu_f + (1-V)\nu_m,$$

$$\nu_{21} = \nu_{31} = \frac{E_2}{E_1}\nu_{12}, \quad \nu_{23} = \nu_{32} = 1 - \nu_{21} - \frac{E_2}{3K},$$

$$K = \frac{K_f K_m}{VK_m + (1-V)K_f},$$

$$K_f = \frac{E_f}{3 - 6\nu_f}, \quad K_m = \frac{E_m}{3 - 6\nu_m};$$

индексы f и m обозначают волокно и матрицу соответственно; V – объемное содержание волокна в матрице материала; K_f, K_m – объемные модули упругости волокна и матрицы. Здесь, для упрощения, заменяем действие металлического (жесткого) цилиндра на границу ортотропной полуплоскости распределенным давлением согласно закону (2.1).

Напряжения и перемещения в ортотропном теле для рассматриваемого случая могут быть

определены по соотношениям, приведенным в работе [1]:

$$\sigma_y = \frac{1}{\pi(\beta_1 - \beta_2)} \times \int_{-a}^a p(s) \left[\frac{1}{(x-s)^2 + y^2 / \beta_1^2} - \frac{1}{(x-s)^2 + y^2 / \beta_2^2} \right] ds,$$

$$\tau_{xy} = - \int_{-a}^a p(s) \frac{x-s}{\pi(\beta_1 - \beta_2)} \times \left[\frac{1}{(x-s)^2 + y^2 / \beta_1^2} - \frac{1}{(x-s)^2 + y^2 / \beta_2^2} \right] ds. \quad (2.3)$$

$$\sigma_x = \frac{y}{\pi(\beta_1 - \beta_2)} \times \int_{-a}^a p(s) \left(\frac{1}{\beta_1^2 (x-s)^2 + y^2} - \frac{1}{\beta_2^2 (x-s)^2 + y^2} \right) ds,$$

$$u = \frac{1}{\pi(\beta_1 - \beta_2)} \int_{-a}^a p(s) \left(\beta_1 R_1 \arctg \frac{(x-s)\beta_1}{y} - \beta_2 R_2 \arctg \frac{(x-s)\beta_2}{y} \right) ds + C; \quad (2.4)$$

$$R_i = \frac{S_{11}}{\beta_1^2} - S_{12}, \quad i = 1, 2.$$

В предельном случае при $\beta_1 = \beta_2 \rightarrow 1$ получим напряжения и перемещения для изотропной полуплоскости [1], [5]:

$$\sigma_y = \frac{-2y^3}{\pi} \int_{-a}^a p(s) \frac{1}{((x-s)^2 + y^2)^2} ds,$$

$$\sigma_x = \frac{-2y}{\pi} \int_{-a}^a p(s) \frac{(x-s)^2}{((x-s)^2 + y^2)^2} ds,$$

$$\tau_{xy} = \frac{-2y^2}{\pi} \int_{-a}^a p(s) \frac{x-s}{((x-s)^2 + y^2)^2} ds, \quad (2.5)$$

$$u = \frac{1}{\pi E} \left[\frac{(1+\nu)xy}{x^2 + y^2} - (1-\nu) \arctg \frac{x}{y} \right] + C_1 y + C_0.$$

Максимальное касательное напряжение определяется по формуле

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}. \quad (2.6)$$

Далее рассмотрим решение контактной задачи для двух гладких ортотропных цилиндров с параллельными осями, прижатыми друг к другу постоянной в направлении оси z линейной силой P . Считаем, что каждый из них можно заменить упругой ортотропной полуплоскостью с неизвестным законом распределения, удовлетворяющим условиям равновесия $\int_{-a}^a p(t) dt = P$.

Величину зоны контакта определим по уравнению

$$a = \sqrt{\frac{2PR_1 R_2}{\pi m(R_1 + R_2)}}. \quad (2.7)$$

Зная закон распределения давления в области контакта, нетрудно найти максимальное перемещение ортотропной полуплоскости при вдавливании жесткого цилиндрического штампа. Действительно, используя зависимости для перемещений при $x = 0$, получаем [1]:

$$v_1 = - \frac{1}{\pi} \left[S_{22}(\beta_1 + \beta_2) \int_{-a}^a p(t) \ln |t| dt - k_0 P \right]^{(1)}, \quad (2.8)$$

где

$$k_0 = \left[S_{22}(\beta_1 + \beta_2) \ln h - \frac{S_{22}}{\beta_1 - \beta_2} (\beta_1^2 \ln \beta_1 - \beta_2^2 \ln \beta_2) - \frac{S_{12}}{\beta_1 - \beta_2} \ln \frac{\beta_1}{\beta_2} \right]^{(1)}.$$

В случае расчета напряжений для полубесконечного тела из функционально-градиентного материала, считая, что модуль Юнга E зависит от глубины y и изменяется по простому степенному закону $E = E_0(y)^k$, следует отметить, что при $y=0$ можно записать модуль упругости $E = E_0 H^k$ или, в общем случае, $E = E_0(y + H)^k$ [7], где E_0 – начальный модуль упругости материала, $H \geq 0$, а также модули упругости могут изменяться послойно [6] или по экспоненте, k – коэффициент, принимающий значения $0 \leq k < 1$, подверженного воздействию поверхностного давления p , распределенного в соответствии с законом

$$p(x) = \gamma(k) \frac{P}{2a} \left(1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right)^{(1+k)/2},$$

$$\gamma(k) = \frac{\Gamma(3+k)}{2^{(1+k)} \Gamma^2\left(\frac{3+k}{2}\right)}, \quad (2.9)$$

то напряжения могут быть определены по соотношениям, приведенным в работе [7]–[9]

$$\sigma_y = -y^{k+2} F_{k\beta} \int_{-a}^a \frac{p(s) \cos \left[\beta \arctan \left(\frac{x-s}{y} \right) \right]}{[(x-s)^2 + y^2]^{(3+k)/2}} ds, \quad (2.10)$$

$$\sigma_x = -y^k F_{k\beta} \int_{-a}^a \frac{p(s)(x-s)^2 \cos \left[\beta \arctan \left(\frac{x-s}{y} \right) \right]}{[(x-s)^2 + y^2]^{(3+k)/2}} ds,$$

$$\tau_{xy} = -y^{k+1} F_{k\beta} \int_{-a}^a \frac{p(s)(x-s) \cos \left[\beta \arctan \left(\frac{x-s}{y} \right) \right]}{[(x-s)^2 + y^2]^{(3+k)/2}} ds,$$

$$\text{где } F_{k\beta} = \frac{2^{(k+1)}(k+2)\Gamma\left(\frac{3+k+\beta}{2}\right)\Gamma\left(\frac{3+k-\beta}{2}\right)}{\pi\Gamma(3+k)},$$

$$\beta = \sqrt{(k+1)\left(1 - \frac{kv}{1-v}\right)}, \quad v - \text{коэффициент Пуассона}$$

на материала ФГМ, $\Gamma(\gamma) = \int_0^\infty e^{-t} t^{\gamma-1} dt$ – Гамма-функция, y изменяется $0 < y \leq d$, d – расстояние до середины зуба (рисунок 1.1, в).

Максимальные касательные напряжения τ_{\max} определяются как и для ортотропного случая по зависимости (2.6).

Перемещение u_y и величина зоны контакта a определяются по зависимостям [7]–[9]

$$u_y(x) = \frac{1-v^2}{E_0} \frac{P}{2I_k} \frac{\beta}{k+1} \frac{\sin(\beta\pi/2)}{k|x|^k}, \quad (2.11)$$

$$a^{(2+k)} = \frac{(1-v^2)2R\beta(k+2)\sin(\beta\pi/2)}{E_0(1-k^2)\pi} \times (2.12)$$

$$\times \Gamma\left(\frac{3+k+\beta}{2}\right)\Gamma\left(\frac{3+k-\beta}{2}\right)\Gamma\left(\frac{3-k}{2}\right) / \Gamma\left(\frac{3+k}{2}\right),$$

где

$$I_k = \frac{\pi\Gamma(3+k)}{2^{(k+2)}(k+2)\Gamma\left(\frac{3+k+\beta}{2}\right)\Gamma\left(\frac{3+k-\beta}{2}\right)}.$$

В частном случае при $k = 0$ получим такие же напряжения и перемещения, как и в изотропной полуплоскости.

Для определения максимальных контактных напряжений при вдавливании жесткого цилиндра в полуплоскость из ФГМ используем зависимость (2.9) при $x = 0$:

$$\sigma_c = -\gamma(k) \frac{P}{2a}. \quad (2.13)$$

Для построения инженерного расчета на контактную прочность зубьев зубчатого колеса из ФГМ при контакте с жестким колесом вместо формулы, применяющейся при расчете на контактную выносливость, принятой на основе теории Герца [10], используем зависимость (2.13). Действительно, в предельном случае для (2.9), когда $k \rightarrow 0$, получается формула Герца

$$p(x) = \frac{2P}{\pi a} \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right)^{1/2}.$$

Дальше преобразуем полученную зависимость (2.13) в виде формулы по определению максимальных контактных напряжений, используя методику, предложенную в работах [11], [12], с учетом применения и использования существующих геометрических и других коэффициентов, уточняющих инженерный расчет зубьев зубчатых колес на контактную прочность.

3 Результаты вычислений и анализ результатов

На основании разработанной методики построен расчет НДС зубьев зубчатых колес со следующими физико-механическими характеристиками [11]–[13]: шестерня из композита, состоящего из полиамидной матрицы и стеклянных волокон с модулями упругости $E_m = 3500$ МПа, $E_f = 85000$ МПа, коэффициентами Пуассона $\nu_m = 0,35$, $\nu_f = 0,2$, модулями сдвига $G_m = 1300$ МПа, $G_f = 35420$ МПа, процентным содержанием волокон $V = 20\%$; зубчатое колесо с модулем упругости $E = 207000$ МПа, коэффициентом Пуассона $\nu = 0,3$, модулем сдвига $G = 79615$ МПа. По приведенным зависимостям сделан расчет физических постоянных материала (ортотропного) для шестерни из композита: $E_1 = 19800$ МПа; $\eta = 0,92$; $E_2 = 5080,33$ МПа; $G_{12} = 1893,47$ МПа; $\nu_{12} = \nu_{13} = 0,32$; $\nu_{21} = \nu_{31} = 0,08$; $K_f = 47222,22$ МПа; $K_m = 3888,89$ МПа; $K = 4763,05$ МПа; $\nu_{23} = \nu_{32} = 0,56$. Тогда для шестерни материал будет иметь следующие постоянные: $S_{11} = 4,92 \cdot 10^{-5}$ МПа $^{-1}$; $S_{12} = -1,75 \cdot 10^{-5}$ МПа $^{-1}$; $S_{22} = 13 \cdot 10^{-5}$ МПа $^{-1}$; $S_{66} = 53 \cdot 10^{-5}$ МПа $^{-1}$; $\beta_1 = 0,32$, $\beta_2 = 1,89$, а для материала зубчатого колеса – $S_{11} = 4,40 \cdot 10^{-6}$ МПа $^{-1}$; $S_{12} = -1,88 \cdot 10^{-6}$ МПа $^{-1}$; $S_{22} = 4,40 \cdot 10^{-6}$ МПа $^{-1}$; $S_{66} = 1,26 \cdot 10^{-5}$ МПа $^{-1}$; $\beta_1 = 0,998$, $\beta_2 = 1,002$. Параметр $m = 3269,06$ МПа.

Для расчета напряженного состояния зубьев зубчатых колес заменим тело зуба, контактирующего с жестким зубом, в виде полуплоскости (изотропной, ортотропной, функционально-градиентной) с заданным действующим давлением на границе по закону $p(x) = p_0 \sqrt{a^2 - x^2}$. Далее сделаем расчет напряженного состояния в полуплоскостях с указанными выше свойствами материалов. Так, на рисунках 3.1 и 3.2 показаны кривые изменения напряжений σ_y / p_0 , σ_x / p_0 , τ_{\max} / p_0 по глубине от поверхности контакта для различных материалов: для ортотропной полуплоскости, которая переходит в изотропную полуплоскость при $\beta_i \rightarrow 1$ ($\beta_1 = 0,999$, $\beta_2 = 1,001$), ортотропной ($\beta_1 = 0,32$, $\beta_2 = 1,89$) и функционально-градиентной ($k = 0$; 0,5; 0,99). Полученные результаты всех напряжений для изотропного случая ($k = 0$ для функционально-градиентного материала, $\beta_i \approx 1$ для ортотропного материала) хорошо согласуются с данными из [1], [5].

Из рисунков 3.1 (а, б) и 3.2 (в) видно, что свойства материала могут значительно влиять на изменение напряжений по глубине тела зуба от поверхности контакта. Значения напряжений σ_y / p_0 , σ_x / p_0 , τ_{\max} / p_0 для ФГМ при $k = 0$ и изотропного материала совпадают с результатами, представленными в литературе [1], [5].

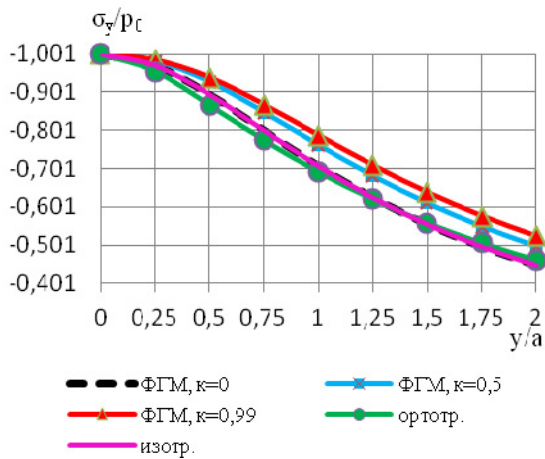
Следует отметить, что напряжения σ_y / p_0 , в функционально-градиентном материале увеличиваются с возрастанием k , а напряжения σ_x практически не изменяются.

Для ортотропного случая на поверхности напряжения σ_x / p_0 и σ_y / p_0 принимают максимальные значения: $\sigma_x / p_0 = -1,6528$, $\sigma_y / p_0 = -1$ и постепенно убывают с глубиной. Значения напряжений σ_x / p_0 связаны со значениями σ_y / p_0 на поверхности зависимостью [1]

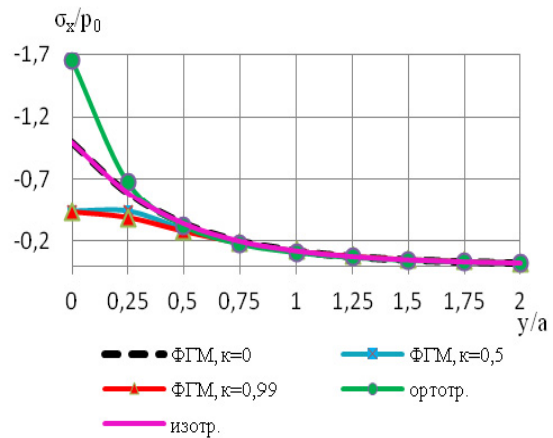
$$\frac{\sigma_x}{p_0} = \frac{\sigma_y}{p_0 \beta_1 \beta_2} = -\frac{1}{0,32 \cdot 1,89} = -1,6534,$$

что подтверждается расчетом, изображенным на графиках 3.1 (а, б). На поверхности

$$\frac{\tau_{max}}{p_0} = 0,32642$$

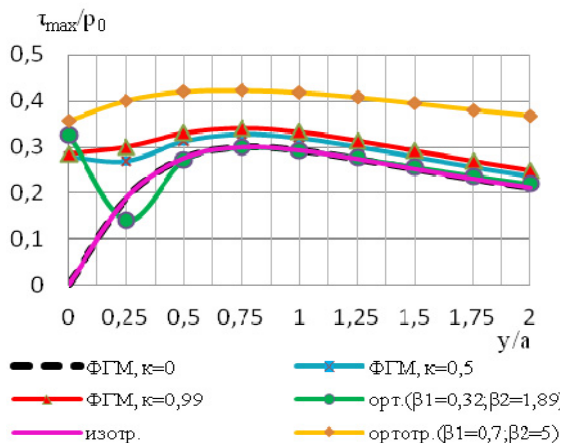


а)

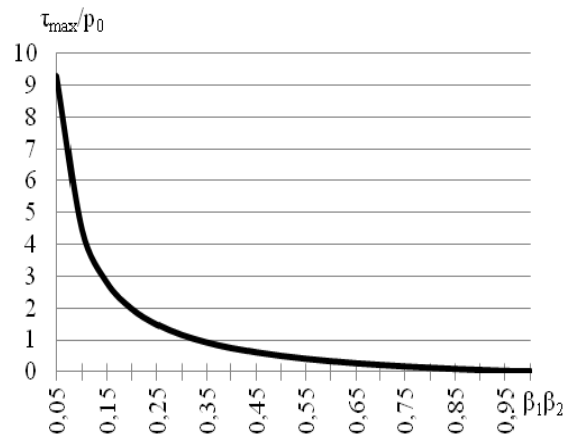


б)

Рисунок 3.1 – Графики зависимости напряжений по глубине тела зуба от поверхности контакта: а) σ_y / p_0 , б) σ_x / p_0 , для различных материалов



а)



б)

Рисунок 3.2 – Графики зависимости напряжений τ_{max} / p_0 по глубине тела зуба от поверхности контакта (а).

График изменения напряжений τ_{max} / p_0 на поверхности контакта в зависимости от произведения $\beta_1 \beta_2$ (б)

для ортотропного материала (рисунок 3.2, а), что совпадает с расчетами по формулам (2.6) и

$$\frac{\tau_{max}}{p_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\beta_1 \beta_2} - 1 \right)$$

(рисунок 3.2, б).

На рисунке 3.3 приведены линии уровня максимального касательного напряжения τ_{max} / p_0 , которые для изотропного материала хорошо согласуются с результатами, представленными в монографии [5].

На рисунке 3.4 показаны линии уровня максимальных касательных напряжений τ_{max} / p_0 для функционально-градиентного материала с заданным действующим давлением на границе по закону (2.9).

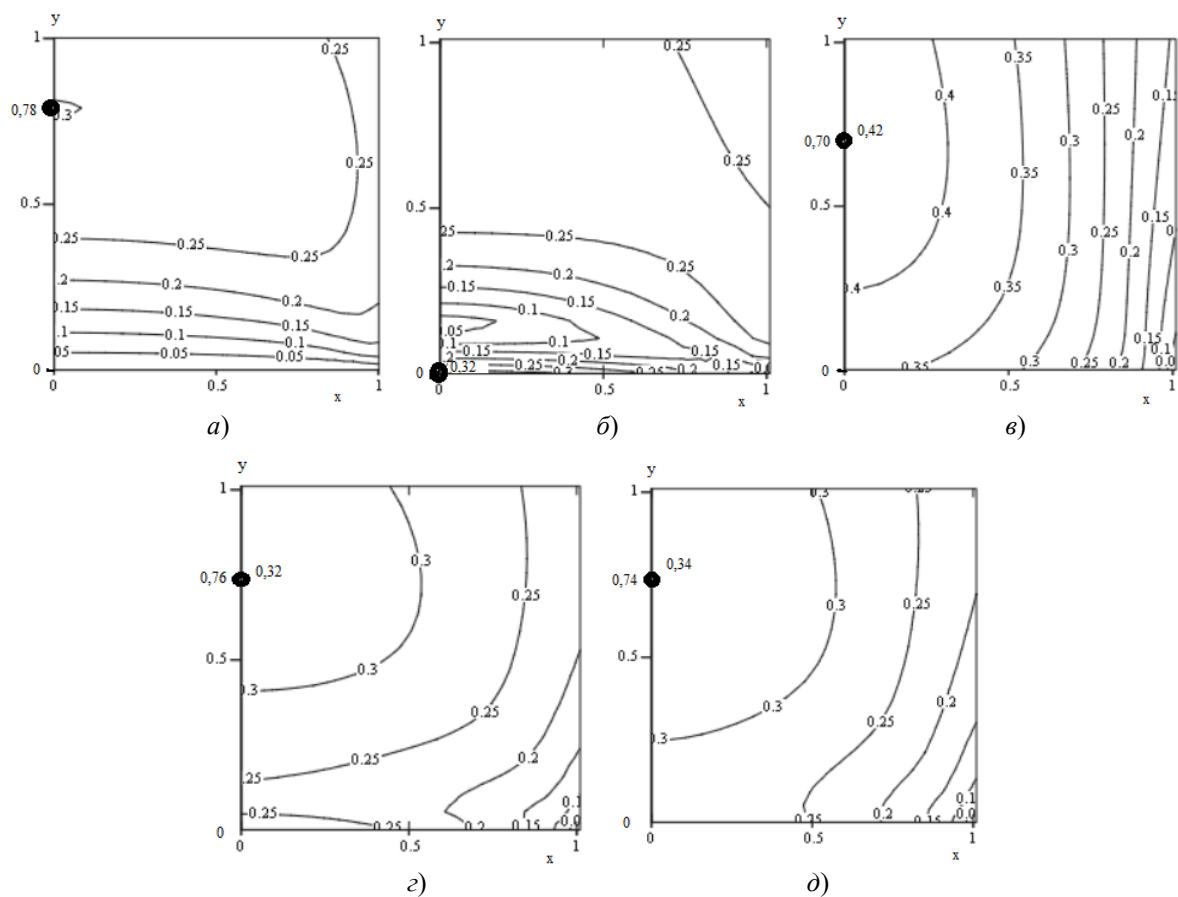


Рисунок 3.3 – Линии уровня максимальных касательных напряжений τ_{max} / p_0 для изотропного материала, ортотропного для $\beta_1 = \beta_2 \approx 1$ (случай изотропии) и ФГМ при $k = 0$ (а); ортотропного ($\beta_1 = 0,32, \beta_2 = 1,89$) (б); ортотропного ($\beta_1 = 0,7, \beta_2 = 5$) (в); ФГМ при $k = 0,5$ (г); ФГМ при $k = 0,99$ (д)

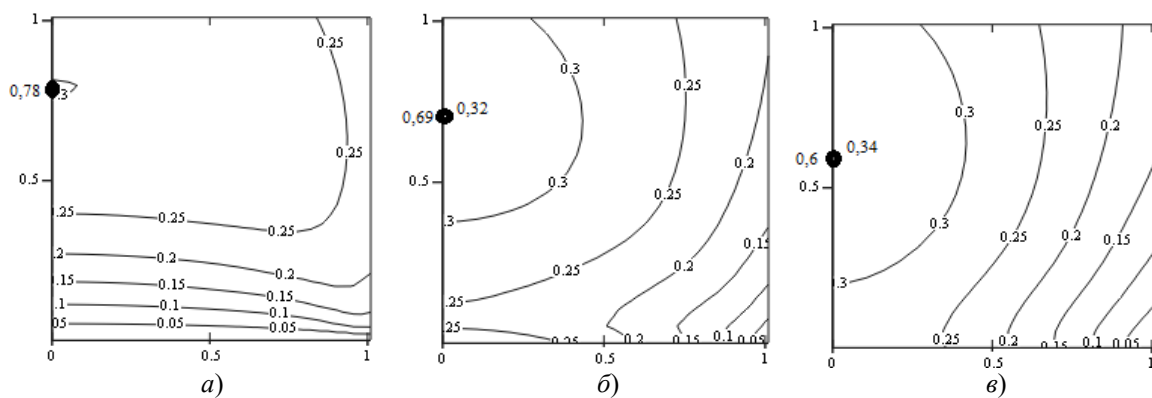


Рисунок 3.4 – Линии уровня максимальных касательных напряжений τ_{max} / p_0 для ФГМ при $k = 0$ (а); $k = 0,5$ (б); $k = 0,99$ (в)

Заключение

В статье представлена методика расчета напряженно-деформированного состояния зубьев зубчатых колес из современных композиционных материалов на основе имеющейся теории о математических моделях ортотропных и функционально-градиентных материалов. Расчет

напряжений в упругом теле зубьев зубчатых колес из композита показал совпадение с известными данными расчета для зубьев из изотропных материалов, в частном случае, при выбранных определенных параметрах. По приведенным зависимостям и графическим иллюстрациям можно легко определить возникающие максимальные

напряжения при контакте жесткого цилиндрического тела с упругой полуплоскостью из вышеуказанных материалов, то есть для ортотропии и ФГМ. Анализ вычисленных напряжений τ_{max} / p_0 показал, что изменение закона распределения давления (2.9) на (2.1), действующего на поверхности полуплоскости из ФГМ, незначительно влияет на окончательный результат, поэтому для оценки возникающих напряжений можно принимать более простую зависимость (2.1). Результаты работы могут найти применение в инженерных расчетах элементов конструкций из современных материалов, а именно напряженного состояния и деформативности зубьев зубчатых колес из композитов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Можаровский, В.В.* Прикладная механика слоистых тел из композитов / В.В. Можаровский, В.Е. Старжинский. – Минск: Наука и техника, 1988. – 280 с.
2. *Autear, K.K.* Mechanics of Composite Materials / K.K. Autear. – Taylor & Francis Group Second edition, Boca Raton, Florida, 2006. – 473 p.
3. *Белый, В.А.* Металло-полимерные зубчатые передачи / В.А. Белый, В.Е. Старжинский, С.В. Щербаков. – Минск: Наука и техника, 1981. – 352 с.
4. *Bhandari, V.B.* Design of machine elements / V.B. Bhandari. – Tata McGraw-Hill Education, 2010. – 903 p.
5. *Джонсон, К.* Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – Москва: Мир, 1989. – 510 с.
6. *Optimum weight design of functionally graded material gears* / Jing Shikai, Zhang He, Zhou Jingtao, Song Guohu // Chinese journal of mechanical engineering. – 2015. – Vol. 28, № 6. – P. 1186–1193.
7. *Giannakopoulos, A.E.* Two-dimensional contact analysis of elastic graded materials /

A.E. Giannakopoulos, P. Pallot // J. Mech. Phys. Solids. – 2000. – № 48. – P. 1597–1631.

8. *Giannakopoulos, A.E.* Indentation of solids with gradients in elastic properties / A.E. Giannakopoulos, S. Suresh // Point force. Int. J. Solids Struct. – 1977. – № 34. – P. 2357–2392.

9. *Giannakopoulos, A.E.* Indentation of solids with gradients in elastic properties / A.E. Giannakopoulos, S. Suresh // Axisymmetric indentors. Int. J. Solids Struct. – 1977. – № 34. – P. 2393–2428.

10. *Иосилевич, Г.Б.* Детали машин: учебник для студентов машиностроительных спец. ВУЗов / Г.Б. Иосилевич. – Москва: Машиностроение, 1988. – 368 с.

11. *Можаровский, В.В.* Компьютерная реализация методики расчета контактного взаимодействия зубьев зубчатых колес из изотропного и композиционного материалов / В.В. Можаровский, С.В. Киргинцева // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2021. – № 6 (129). – С. 171–177.

12. *Mozharovsky, V.V.* Calculation of the contact interaction of gear teeth from composite materials / V.V. Mozharovsky, D.S. Kuzmenkov, S.V. Kirhintsava // International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology, February 2022. – Vol. 9, iss. 2. – P. 18921–18928.

13. *Hossan, M.R.* Strength evaluation of polymer composite spur gear by finite element analysis / M.R. Hossan, Z. Hu // International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Boston. – 2008. – P. 1–8.

Поступила в редакцию 16.12.2022.

Информация об авторах

Можаровский Валентин Васильевич – д.т.н., профессор
Киргинцева Светлана Викторовна – ассистент