УДК 530.1;536.7;544.2 DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2022_4_53_25
EDN: HETCXZ

# О ПРИВЕДЕННОЙ ФОРМЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

**Е.А. Дей, Г.Ю. Тюменков**

*Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины*

# ON THE REDUCED FORM OF THERMODYNAMIC COEFFICIENTS OF REAL GASES

**E.A. Dey, G.Yu. Tyumenkov**

*Francisk Skorina Gomel State University*

**Аннотация.** Предложена форма записи соотношений, определяющих физические параметры (термодинамические коэффициенты), на основании уравнений состояния реальных газов. Для каждого соотношения выделена основная безразмерная часть, выраженная через приведенные термодинамические переменные. Получен явный вид приведенных соотношений для уравнений состояния Ван-дер-Ваальса, Редлиха – Квонга и Соаве – Редлиха – Квонга. Построены графики коэффициентов в приведенных переменных.

**Ключевые слова:** *термодинамический коэффициент*, *приведенные переменные*, *уравнение состояния реального газа*, *уравнение Ван-дер-Ваальса*, *уравнение Редлиха – Квонга*, *уравнение Соаве – Редлиха – Квонга*.

**Для цитирования:** *Дей*, *Е.А.* О приведенной форме термодинамических коэффициентов реальных газов / Е.А. Дей, Г.Ю. Тюменков // Проблемы физики, математики и техники. – 2022. – № 4 (53). – С. 25–29. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2022_4_53_25. – EDN: HETCXZ

**Abstract.** A form of writing the relationships that determine the physical parameters (thermodynamic coefficients) based on the equations of state of real gases is proposed. For each ratio, the main dimensionless part, expressed in terms of the given thermodynamic variables, is singled out. An explicit form of the reduced relations for the van der Waals, Redlich – Kwong and Soave – Redlich – Kwong equations of state is obtained. The graphs of coefficients in the given variables are constructed.

**Keywords:** *thermodynamic coefficient*, *reduced variables*, *equation of real gas state*, *van der Waals equation*, *Soave – Redlich – Kwong equation*, *Redlich – Kwong equation.*

**For citation:** *Dey*, *E.A.* On the reduced form of thermodynamic coefficients of real gases / E.A. Dey, G.Yu. Tyumenkov // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2022. – № 4 (53). – P. 25–29. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2022_4_53_25 (in Russian). – EDN: HETCXZ

## Введение

Уравнения состояния реальных газов являются основой для теоретического и численного исследования их свойств [1]–[3]. Классический этап феноменологического конструирования уравнений состояния с использованием постоянных числовых параметров и подбором функционального поведения был связан с предложением большого количества вариантов уравнений, начиная с уравнения Ван-дер-Ваальса [1]–[3]. Осмысление структуры уравнения Редлиха – Квонга [4] как содержащей параметр, зависящий от температуры, привело к формулировке уравнения Соаве – Редлиха – Квонга [5], в котором был введен параметр, зависящий от безразмерной приведенной температуры $\alpha(\tilde{T})$. В последующие годы эта идея использования функционального параметра, входящего в состав уравнения состояния, была реализована в уравнении Пенга – Робинсона [6] и далее в большинстве предложенных новых вариантов уравнений.

В настоящее время поиск уравнений состояния реальных газов, наилучшим образом описывающих их свойства ведется, в основном, в двух направлениях:

а) изучение новых вариантов функциональных параметров $\alpha(\tilde{T})$ [7];

б) изменение формы существующих уравнений на основе тех или иных физических соображений [8], [9].

Одним из направлений теоретического исследования уравнений состояния и свойств реальных газов является использование безразмерных приведенных переменных, выражающих значения абсолютной температуры, объема и давления в единицах из критических значений

$$\tilde{P} = \frac{P}{P_{кр}}, \quad \tilde{T} = \frac{T}{T_{кр}}, \quad \tilde{V} = \frac{V}{V_{кр}}. \qquad (0.1)$$

Это позволяет получать результаты, общие для всех веществ, находящихся в термодинамических подобных состояниях, и в определенном смысле развивать принцип соответственных состояний.

Описание уравнений и физических величин в приведенных переменных наиболее удобно, поскольку в силу принципа соответственных состояний теоретические результаты в рамках выбранного уравнения состояния являются общими для всех термодинамически подобных веществ [1]. Эффективность такого подхода основана на том, что результаты не связаны с конкретным веществом, а, скорее, характеризуют конкретное уравнение состояния.

В работах [9]–[11] приведенные термодинамические переменные были использованы для теоретического описания кривых инверсии эффекта Джоуля – Томсона и свойств перегретой жидкости на основе классических уравнений состояния. Косвенно использование приведенных термодинамических переменных стимулируется и тем, что все варианты альфа-функций, количество которых непрерывно растет, формулируются с применением приведенной температуры.

В данной работе приведенные термодинамические переменные используются для получения и анализа безразмерных выражений для некоторых физических величин, называемых обычно термодинамическими коэффициентами [1].

**1 Приведенные термодинамические коэффициенты реальных газов**

Термодинамические коэффициенты характеризуют тепловые и упругие свойства тел. Математическое определение изобарического коэффициента расширения, изохорного термического коэффициента давления и изотермического коэффициента сжимаемости имеет, соответственно, вид

$$\alpha_P=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,\quad \beta_V=\frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V,$$

$$k_T=-\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T. \qquad (1.1)$$

В общем случае взаимосвязь между указанными коэффициентами получается с учетом соотношения $(\partial P/\partial V)_T(\partial V/\partial T)_P(\partial T/\partial P)_V=-1$, откуда, из определений коэффициентов (1.1), следует

$$\alpha_P=\beta_V k_T P. \qquad (1.2)$$

Наряду с перечисленными коэффициентами удобно вычислить также разность изобарной и изохорной теплоемкостей газа, определяемую соотношением

$$\Delta c=c_P-c_V=$$

$$=T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P=-T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T^{-1}. \qquad (1.3)$$

Выполним переход к приведенным переменным в определениях рассматриваемых термодинамических коэффициентов (1.1). С учетом (0.1) получаем

$$\alpha_P=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P=\frac{1}{T_{кр}}\tilde{\alpha}_P,$$

$$\tilde{\alpha}_P=\frac{1}{\tilde{V}}\left(\frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{T}}\right)_{\tilde{P}}=-\frac{1}{\tilde{V}}\left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{T}}\right)_{\tilde{V}}\left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{V}}\right)_{\tilde{T}}^{-1},$$

$$\beta_V=\frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V=\frac{1}{T_{кр}}\tilde{\beta}_V,\quad \tilde{\beta}_V=\frac{1}{\tilde{P}}\left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{T}}\right)_{\tilde{V}},$$

$$k_T=-\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T=\frac{1}{P_{кр}}\tilde{k}_T,$$

$$\tilde{k}_T=-\frac{1}{\tilde{V}}\left(\frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{P}}\right)_{\tilde{T}}=-\frac{1}{\tilde{V}}\left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{V}}\right)_{\tilde{T}}^{-1},$$

$$\Delta c=\frac{P_{кр}V_{кр}}{T_{кр}}\Delta\tilde{c},\quad \Delta\tilde{c}=-\tilde{T}\left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{T}}\right)_{\tilde{V}}^2\left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{V}}\right)_{\tilde{T}}^{-1}. \qquad (1.4)$$

Соотношение (1.2) между коэффициентами в приведенной форме имеет вид $\tilde{\alpha}_P=\tilde{\beta}_V\tilde{k}_T\tilde{P}$.

**2 Термодинамические коэффициенты в модели газа Ван-дер-Ваальса**

Уравнение Ван-дер-Ваальса для одного моля реального газа имеет вид

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT.$$

Параметры уравнения $a$, $b$ связаны с параметрами критического состояния вещества соотношениями

$$V_{кр}=3b,\quad P_{кр}=\frac{a}{27b^2},\quad T_{кр}=\frac{8a}{27bR}.$$

Используя приведенную форму уравнения Ван-дер-Ваальса [1]

$$\tilde{P}(\tilde{V},\tilde{T})=\frac{8\tilde{T}}{3\tilde{V}-1}-\frac{3}{\tilde{V}^2},$$

получаем приведенные термодинамические коэффициенты для этого уравнения (для записи соотношений в оптимальной для выполнения вычислений форме использовано обозначение $w=1/\tilde{V}$):

$$\tilde{\alpha}_P(\tilde{V},\tilde{T})=\frac{8(3\tilde{V}-1)}{24\tilde{V}\tilde{T}-6\left(\dfrac{3\tilde{V}-1}{\tilde{V}}\right)^2}=\frac{8(3-w)}{24\tilde{T}-6(3-w)^2},$$

$$a_{кр}=\frac{0.42748R^2T_{кр}^2}{P_{rh}},$$

$$\tilde{k}_T(\tilde{V},\tilde{T})=\frac{(3\tilde{V}-1)^2}{24\tilde{V}\tilde{T}-6\left(\dfrac{3\tilde{V}-1}{\tilde{V}}\right)^2}=\frac{(3-w)^2}{24w\tilde{T}-6(3-w)^2},$$

$$\Delta\tilde{c}=-\frac{32\tilde{V}\tilde{T}}{3\left(\dfrac{3\tilde{V}-1}{\tilde{V}}\right)^2-12\tilde{V}\tilde{T}}=-\frac{32\tilde{T}}{3w(3-w)^2-12\tilde{T}}. \qquad (2.1)$$

Несложно убедиться в выполнении соотношения $\tilde{\alpha}_P = \tilde{\beta}_V \tilde{k}_T \tilde{P}$ для полученных коэффициентов.

### 3 Термодинамические коэффициенты в модели газа Редлиха – Квонга

Уравнение состояния Редлиха – Квонга [4] имеет молярную форму вида

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{\sqrt{T}V(V+b)}$$

и характеристики критического состояния [10]

$$V_{кр} = \frac{b}{\xi},\ P_{кр} = \left(\frac{Ra^2\xi^7}{3b^5}\right)^{1/3},\ T_{кр} = \left(\frac{3a\xi^2}{bR}\right)^{2/3}. \quad (3.1)$$

В формулах (3.1) введена константа $\xi = \sqrt[3]{2} - 1 = = 0,259921 \cong 0,260$. При этом возникают связи параметров уравнения с параметрами критического состояния

$$a = \frac{R^2 T_{кр}^{5/2}}{9\xi P_{кр}} = 0,427480 \frac{R^2 T_{кр}^{5/2}}{P_{кр}},$$

$$b = \frac{\xi R T_{кр}}{3P_{кр}} = 0,086640 \frac{RT_{кр}}{P_{кр}}.$$

Приведенный вид уравнения Редлиха – Квонга записывается как [10]

$$\tilde{P} = \frac{3\tilde{T}}{\tilde{V}-\xi} - \frac{1}{\xi\sqrt{\tilde{T}}\tilde{V}(\tilde{V}+\xi)}. \quad (3.2)$$

Используя (3.2), находим фигурирующие в (1.4) частные производные

$$\left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{T}}\right)_{\tilde{V}} = \frac{3}{\tilde{V}-\xi} + \frac{1}{2\xi\tilde{T}^{3/2}\tilde{V}(\tilde{V}+\xi)},$$

$$\left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{V}}\right)_{\tilde{T}} = \frac{2\tilde{V}+\xi}{\xi\tilde{T}^{1/2}\tilde{V}^2(\tilde{V}+\xi)^2} - \frac{3\tilde{T}}{(\tilde{V}-\xi)^2}. \quad (3.3)$$

Подставляя (3.3) в определение (1.4), с учётом (3.2) получаем выражение для приведенного изобарного коэффициента объёмного расширения $\tilde{\alpha}_P$ в виде

$$\tilde{\alpha}_P(\tilde{V},\tilde{T}) = \frac{(\tilde{V}+\xi)(\tilde{V}-\xi)\left[6\xi\tilde{T}^{3/2}\tilde{V}(\tilde{V}+\xi)+\tilde{V}-\xi\right]}{2\tilde{T}\left[3\xi\tilde{V}^2\tilde{T}^{3/2}(\tilde{V}+\xi)^2-(2\tilde{V}+\xi)(\tilde{V}-\xi)^2\right]}$$

или, с использованием приведенного давления,

$$\tilde{\alpha}_P(\tilde{P},\tilde{V},\tilde{T}) \cong \frac{(\tilde{V}^2-\xi^2)\left[9\tilde{T}-\tilde{P}(\tilde{V}-\xi)\right]}{2\tilde{T}\left[3\tilde{T}\tilde{V}(\tilde{V}+\xi)-(2\tilde{V}+\xi)(\tilde{V}-\xi)(3\tilde{T}-\tilde{P}\tilde{V}+\tilde{P}\xi)\right]}. \quad (3.4)$$

Для состояний, в которых приведенный объем $\tilde{V} >> \xi$, формулу (3.4) можно упростить, введя в данном случае малый параметр $\varepsilon = \xi/\tilde{V} << 1$, что приводит к соотношению

$$\tilde{\alpha}_P(\tilde{V},\tilde{T}) \cong \frac{9\tilde{T}-\tilde{P}\tilde{V}(1-\varepsilon)}{2\tilde{T}\left[2\tilde{P}\tilde{V}(1-3\varepsilon/2)-3\tilde{T}(1-2\varepsilon)\right]}.$$

Теперь определяем явный вид приведенного изохорного термического коэффициента давления $\tilde{\beta}_V$, непосредственно используя выражения (3.3):

$$\tilde{\beta}_V(\tilde{V},\tilde{T}) = \frac{6\xi\tilde{V}\tilde{T}^{3/2}(\tilde{V}+\xi)+\tilde{V}-\xi}{2\tilde{T}\left[3\xi\tilde{V}\tilde{T}^{3/2}(\tilde{V}+\xi)-\tilde{V}+\xi\right]},$$

или

$$\tilde{\beta}_V(\tilde{P},\tilde{V},\tilde{T}) = \frac{3}{\tilde{P}(\tilde{V}-\xi)} + \frac{1}{2\xi\tilde{P}\tilde{T}^{3/2}\tilde{V}(\tilde{V}+\xi)}. \quad (3.5)$$

Формула (3.5) в случае применения того же малого параметра $\varepsilon$ дает следующее приближенное выражение:

$$\tilde{\beta}_V(\tilde{P},\tilde{V},\tilde{T}) \cong \frac{9(1+\varepsilon)}{2\tilde{P}\tilde{V}} - \frac{1}{2\tilde{T}}.$$

Далее обратимся к нахождению вида приведенной изотермической сжимаемости $\tilde{k}_T$ на основе формул (1.4), (3.3)

$$\tilde{k}_T(\tilde{V},\tilde{T}) = \frac{\xi\tilde{V}\sqrt{\tilde{T}}(\tilde{V}-\xi)^2(\tilde{V}+\xi)^2}{3\xi\tilde{V}^2\tilde{T}^{3/2}(\tilde{V}+\xi)^2-(2\tilde{V}+\xi)\left(\tilde{V}-\xi\right)^2}.$$

Рассмотрение приближения по малому параметру $\varepsilon = \xi/\tilde{V}$ приводит к результату

$$\tilde{k}_T(\tilde{V},\tilde{T}) \cong \frac{\xi\tilde{V}^2\sqrt{\tilde{T}}}{3(\xi\tilde{V}\tilde{T}^{3/2}+\varepsilon)-2}.$$

Аналог формулы Майера в используемых приведенных переменных и приближение для малых значений параметра $w$ имеют, соответственно, вид

$$\Delta\tilde{c}(\tilde{V},\tilde{T}) = \frac{\left[6\xi\tilde{V}\tilde{T}^{3/2}(\tilde{V}+\xi)+\tilde{V}-\xi\right]^2}{4\xi\tilde{T}^{3/2}\left[3\xi\tilde{V}^2\tilde{T}^{3/2}(\tilde{V}+\xi)^2-(2\tilde{V}+\xi)(\tilde{V}-\xi)^2\right]},$$

$$\Delta\tilde{c}(\tilde{V},\tilde{T}) \cong \frac{36\xi^2\tilde{V}^2\tilde{T}^3+12\xi\tilde{V}\tilde{T}^{3.2}+1-2\varepsilon}{4\xi\tilde{T}^{3/2}\left[3\xi\tilde{V}^2\tilde{T}^{3/2}(1+2\varepsilon)-2+\varepsilon\right]}.$$

Таким образом, в данном параграфе получены в приведенных переменных явные выражения термодинамических коэффициентов $\tilde{\alpha}_P$, $\tilde{\beta}_V$ и $\tilde{k}_T$ и разности изобарной и изохорной теплоемкостей применительно к газам, подчиняющимся уравнению состояния Редлиха – Квонга, и получены их приближения с малым параметром.

### 4 Термодинамические коэффициенты в модели газа Соаве – Редлиха – Квонга

Уравнение Соаве – Редлиха – Квонга [5] имеет вид

$$\left(P + \frac{a(\tilde{T})}{V(V+b)}\right)(V-b) = RT.$$

При использовании уравнения необходимо учитывать связь параметров уравнения с параметрами критического состояния, в том числе зависимость параметра, учитывающего притяжение молекул, от температуры

$$a(\tilde T)=a_{кр}\alpha(\tilde T),\quad \alpha(\tilde T)=\left[1-m(1-\sqrt{\tilde T})\right]^2,$$

$$m=0,480+1,574\omega-0,175\omega^2,$$

$$a_{кр}=\frac{0,42748R^2T_{кр}^2}{P_{rh}},\quad b=\frac{0,08664RT_{кр}}{P_{кр}},$$

$$\xi=\sqrt[3]{2}-1,\quad \alpha(1)=1,\quad \alpha'(\tilde T)=\frac{d\alpha'(\tilde T)}{d\tilde T}.$$

Здесь числовой параметр $m$ соответствует конкретному газу (жидкости) с учетом параметра ω, учитывающего ацентричность молекул.

В приведенной форме уравнение Соаве – Редлиха – Квонга имеет вид

$$\tilde P(\tilde V,\tilde T)=\frac{3\tilde T}{\tilde V-\xi}-\frac{\alpha(\tilde T)}{\xi\tilde V(\tilde V+\xi)}.$$

В оптимальной для выполнения вычислений форме рассматриваемые термодинамические коэффициенты записываются следующим образом:

$$\tilde\alpha_P(\tilde V,\tilde T)=\frac{(\tilde V-\xi)\left[3\xi\tilde V-\alpha'(\tilde T)\left(\frac{\tilde V-\xi}{\tilde V+\xi}\right)\right]}{3\xi\tilde V^2\tilde T-\alpha(\tilde T)(2\tilde V+\xi)\left(\frac{\tilde V-\xi}{\tilde V+\xi}\right)^2},$$

$$\tilde k_T(\tilde V,\tilde T)=\frac{\xi\tilde V(\tilde V-\xi)^2}{3\xi\tilde V^2\tilde T-\alpha(\tilde T)(2\tilde V+\xi)\left(\frac{\tilde V-\xi}{\tilde V+\xi}\right)^2},$$

$$\Delta\tilde c(\tilde V,\tilde T)=\frac{\tilde T\left[3\xi\tilde V-\alpha'(\tilde T)\left(\frac{\tilde V-\xi}{\tilde V+\xi}\right)\right]^2}{3\xi^2\tilde V^2\tilde T-\alpha(\tilde T)\xi(2\tilde V+\xi)\left(\frac{\tilde V-\xi}{\tilde V+\xi}\right)^2},$$

$$\tilde\beta_V(\tilde V,\tilde T)=\frac{3\xi\tilde V-\alpha'(\tilde T)\left(\frac{\tilde V-\xi}{\tilde V+\xi}\right)}{3\xi\tilde V\tilde T-\alpha(\tilde T)\left(\frac{\tilde V-\xi}{\tilde V+\xi}\right)}.$$

## 5 Графическое исследование термодинамических коэффициентов реальных газов

На основании полученных соотношений построены графики, отображающие обобщенное поведение термодинамических коэффициентов в приведенных переменных. В таком подходе на первый план выходит именно структура уравнения состояния, что позволяет сопоставлять различные уравнения и влияние отдельных элементов уравнения на поведение рассмотренных величин.

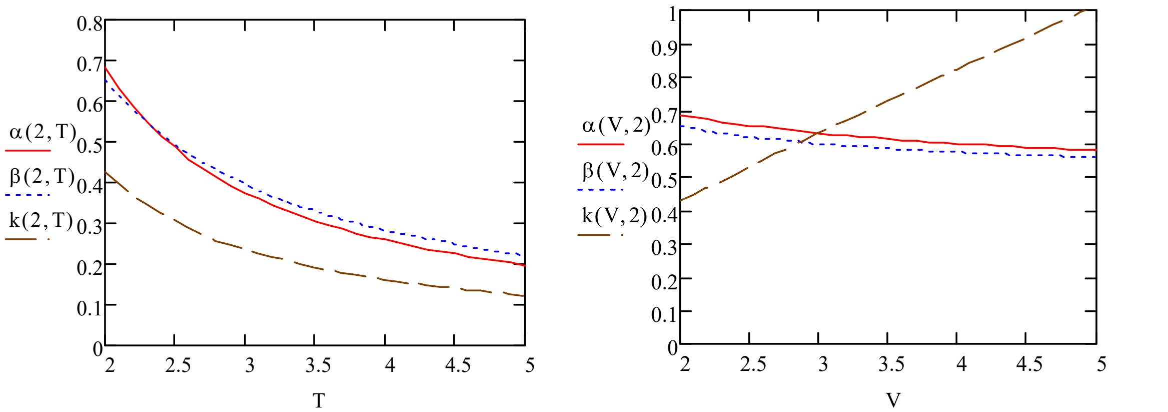


Рисунок 5.1 – Графики термодинамических коэффициентов, определяемых уравнением Ван-дер-Ваальса для значения $\tilde V=2$ в диапазоне $2\le\tilde T\le 5$ и для значения $\tilde T=2$ в диапазоне $2\le\tilde V\le 5$

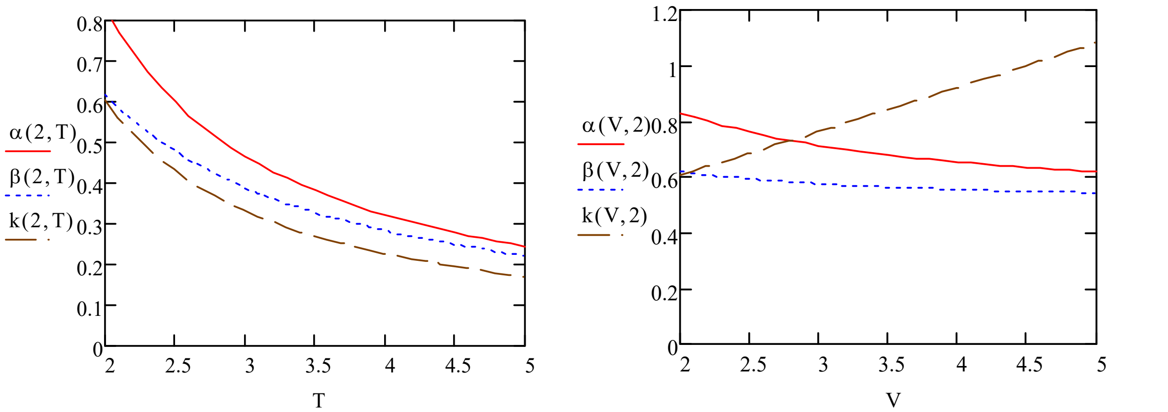


Рисунок 5.2 – Графики термодинамических коэффициентов, определяемых уравнением Соаве – Редлиха – Квонга для значения $\tilde V=2$ в диапазоне $2\le\tilde T\le 5$ и для значения $\tilde T=2$ в диапазоне $2\le\tilde V\le 5$

**Заключение**

Таким образом, в данной работе предложена новая форма записи соотношений, определяющих физические параметры (термодинамические коэффициенты) на основании уравнений состояния реальных газов. Для каждого соотношения выделена основная безразмерная часть, выраженная через приведенные термодинамические переменные. Для уравнений состояния Ван-дер-Ваальса, Соаве – Редлиха – Квонга и Редлиха – Квонга получен явный вид приведенных соотношений в удобной для проведения вычислений форме. Построены графики коэффициентов в приведенных переменных в области $2 \le \tilde{V} \le 5,\ \ 2 \le \tilde{T} \le 5.$

Полученные результаты в определенном смысле расширяют область применимости закона соответственных состояний и могут быть использованы в качестве основы для анализа применимости различных уравнений состояния реальных газов к описанию экспериментальных данных, а также для предсказания физических параметров новых веществ на основе закона соответственных состояний.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Румер*, *Ю.Б.* Термодинамика, статистическая физика и кинетика / Ю.Б. Румер, М.Ш. Рывкин. – Новосибирск: Издательство Новосибирского университета, 2000. – 608 с.

2. *Кудинов*, *В.А.* Техническая термодинамика и теплопередача / В.А. Кудинов, Э.М. Карташов, Е.В. Стефанюк. − Москва: Издательство Юрайт, 2021. − 454 с.

3. *Уэйлес*, *С.* Фазовые равновесия в химической технологии: в 2-ч ч. – Ч.1. / С. Уэйлес – Москва: Мир, 1989. – 304 с.

4. *Redlich*, *O.* On the thermodynamics of solutions V. equation of state: fugacity of gaseous solutions / O. Redlich, J.N.S. Kwong // Chemical Reviews. –1949. – Vol. 44. – P. 233–244.

5. *Soave*, *G.* Equilibrium constants from a modified Redlich – Kwong equation of state / G. Soave // Chem. Engng. Sci. – 1972. – Vol. 2. – P. 1197–1203.

6. *Peng*, D.Y. A new two-constant equation of state / D.Y. Peng, D.B. Robinson // Ind. Eng. Chem. Fundam. – 1976. – Vol. 15, № 1. – P. 59–64.

7. *Wenying*, *Zh*. A Review of the Alpha Functions of Cubic Equations of State for Diferent Research Systems / Zhao Wenying, Xia LI, Sun Xiaoyan, Xiang Shuguang // International Journal of Thermophysics. – 2019. – Vol. 40. – P. 105.

8. *Chen*, *X.* An improved volume-translated SRK EOS dedicated to more accurate determination of saturated and single-phase liquid densities / Xin Chen, Huazhou Li // Fluid Phase Equilibria. – 2020. – Vol. 521. – P. 2724.

9. *Towards a predictive Cubic Plus Association equation of state* / Pedro Velho, Xiaodong Liang, Eugénia A. Macedo, Elena Gómez, Georgios M. Kontogeorgis // Fluid Phase Equilibria. – 2021. – Vol. 540. – P. 113045.

10. *Дей*, *Е.А.* Расчёт параметров изоэнтальпического охлаждения газов Редлиха – Квонга / Е.А. Дей, О.В. Новикова, Г.Ю. Тюменков // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2012. – № 6 (75). – С. 38–42.

11. Дей, Е.А. Кривые инверсии эффекта Джоуля – Томсона для обобщенного уравнения Ван-дер-Ваальса / Е.А. Дей, Г.Ю. Тюменков // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2015. – № 6 (93). – С. 117–120.

12. *Дей*, *Е.А.* Граничные параметры для состояния растянутой жидкости / Е.А. Дей, Г.Ю. Тюменков // Проблемы физики, математики и техники. – 2018. – № 4 (37). – С. 18–20.

*Поступила в редакцию* 14.10.2022.

**Информация об авторах**

*Дей Евгений Александрович* – к.ф.-м.н., доцент

*Тюменков Геннадий Юрьевич* – к.ф.-м.н., доцент