ИНФОРМАТИКА

УДК 004.942
DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2022_3_52_90
EDN: HPJWKR

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В ПРОЦЕССЕ ПРОИЗВОДСТВА ГОТОВОЙ ПРОДУКЦИИ

О.М. Демиденко[1], **Е.М. Борчик**[2], **А.И. Якимов**[2]

[1]*Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины*
[2]*Белорусско-Российский университет*, *Могилев*

MULTI-CRITERIAL OPTIMIZATION OF RESOURCE DISTRIBUTION IN THE PROCESS OF FINISHED PRODUCTS

O.M. Demidenko[1], **E.M. Borchik**[2], **A.I. Yakimov**[2]

[1]*Francisk Skorina Gomel State University*
[2]*Belarusian-Russian University*, *Mogilev*

Аннотация. Представлена математическая модель многокритериального управления производством готовой продукции при оптимальном сочетании технологических режимов (ТР). Задача определения оптимального сочетания ТР в производстве определенного вида продукции по критериям минимизации стоимости ресурсов и временных затрат с учетом максимально-возможного качества продукции решена с использованием потокового программирования, как задача определения кратчайшего пути или минимального расхода ресурсов и времени с учетом лексикографического упорядочивания значимости критериев оптимизации.

Ключевые слова: *технологический процесс*, *потоковая модель*, *многокритериальное управление*, *принцип оптимальности Беллмана*, *качество.*

Для цитирования: *Демиденко*, *О.М.* Многокритериальная оптимизация распределения ресурсов в процессе производства готовой продукции / О.М. Демиденко, Е.М. Борчик, А.И. Якимов // Проблемы физики, математики и техники. – 2022. – № 3 (52). – С. 90–96. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2022_3_52_90. – EDN: HPJWKR

Abstract. A mathematical model of multicriteria management of the production of finished products with an optimal combination of technological modes (TM) is presented. The problem of determining the optimal combination of TM in the production of a certain type of product according to the criteria of minimizing the cost of resources and time costs, taking into account the maximum possible product quality, was solved using stream programming, as the problem of determining the shortest path or the minimum consumption of resources and time, taking into account the lexicographic ordering of the importance of optimization criteria.

Keywords: *technological process*, *flow model*, *multicriteria control*, *Bellman optimality principle*, *quality.*

For citation: *Demidenko*, *O.M.* Multi-criterial optimization of resource distribution in the process of finished products / O.M. Demidenko, E.M. Borchik, A.I. Yakimov // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2022. – № 3 (52). – P. 90–96. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2022_3_52_90 (in Russian). – EDN: HPJWKR

Введение

В общей теории управления производством создаются математические модели оптимального планирования и управления для многоуровневых человеко-машинных производственных систем, решаются проблемы координации на различных уровнях и разрабатываются детальные математические модели планирования, контроля и оперативного управления производством [1]. Множество моделей управления различными производственными системами основаны на эвристических подходах, не предлагают оптимальных решений и, соответственно, не обеспечивают оптимальное управление, особенно при случайных возмущениях. Однако такие модели реализуют современные концепции управления и исследования промышленного производства и, как правило, отвечают всем практическим требованиям [2].

Настоящая работа представляет реализацию современной методологии управления при моделировании производственной деятельности предприятия с использованием ресурсов информационной системы [3], [4]. Оптимальный выбор ресурсов в сложном производственном процессе (ПП) затруднен тем, что сложно выразить в аналитическом виде зависимость между входными и выходными параметрами объекта исследования. Это вынуждает использовать для описания подобных объектов имитационные модели (ИМ), численные методы и комплексы программ, обеспечивающие решение поставленных актуальных задач планирования и управления.

Целью работы является разработка метода и средства оптимизации распределения ресурсов в многоэтапном производственном процессе с переменной структурой для повышения эффективности процесса производства готовой продукции.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Предложить метод моделирования распределения ресурсов в многоэтапном производственном процессе с возможностью выбора технологических режимов на каждом из этапов.

2. Предложить методику поиска последовательности оптимальных состояний и управлений производственного процесса с переменной структурой при выполнении множества критериев.

1 Постановка задачи

Пусть технологический процесс (ТП) по производству готовой продукции *TexPr* состоит из *n* определённых фиксированных технологических операций (этапов):

$$TexPr \equiv \{Op_i \mid i = 1, ..., n\}. \quad (1.1)$$

Операции Op_i, $i = 1, ..., n$, производятся последовательно. Все Op_i предполагают выбор на этапах *TexPr* (1) одного из $m_i \in N$ предполагаемых технологических режимов (ТР) обработки продукции, которые реализуются с использованием соответствующего технологического оборудования. Требуется разработать метод и методику оптимизации распределения ресурсов в производственном процессе для повышения эффективности выпуска готовой продукции.

2 Математическая модель производственного процесса

Многоэтапный технологический процесс производства готового продукта (1.1) с переменной структурой можно представить как нагруженный ориентированный ациклический граф [5], для которого вершинами являются технологические режимы (рисунок 2.1).

Вершины соединяются дугами согласно последовательности операций Op_i. Через τ_{uv} обозначена нагрузка на дугу графа, которая исходит из вершины с номером $u \in M_B(i-1)$ и входит в вершину с номером $v \in M_B(i)$, где $M_B(i)$ – множество номеров вершин для i-го этапа графа ТП (1.1):

$$M_B(i) \equiv \left\{ \sum_{j=1}^{i-1} m_j + 1, ..., \sum_{j=1}^{i} m_j \right\}, i = 1, ..., n, \quad (2.1)$$

$$M_B(i,k) \equiv \sum_{j=1}^{i-1} m_j + k, \; i = 1, ..., n, \; k \in \{1, ..., m_i\}.$$

Пример входящих и исходящих нагруженных дуг представлен на рисунке 2.2.

Пусть нагрузки τ_{uv} (в общем случае стохастического характера, уточняемые методом Монте – Карло [6], [7] с использованием специально разработанных моделей их имитации и статистического анализа данных ТП) интерпретируются как временные затраты и/или стоимости затрат ресурсов на выпуск единицы продукции на соответствующем оборудовании.

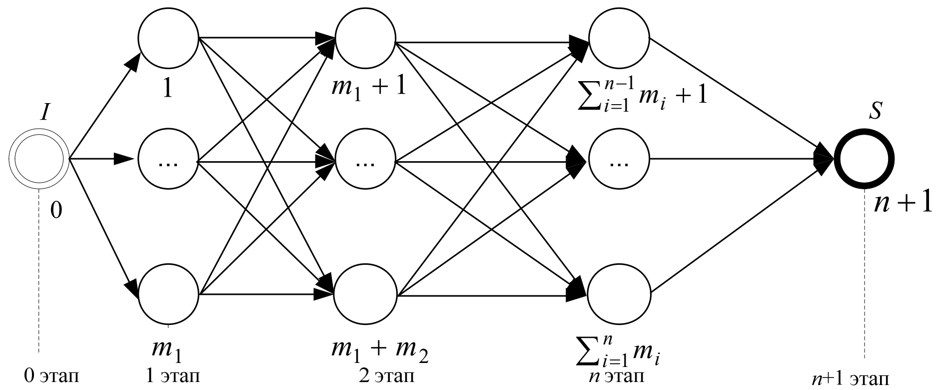
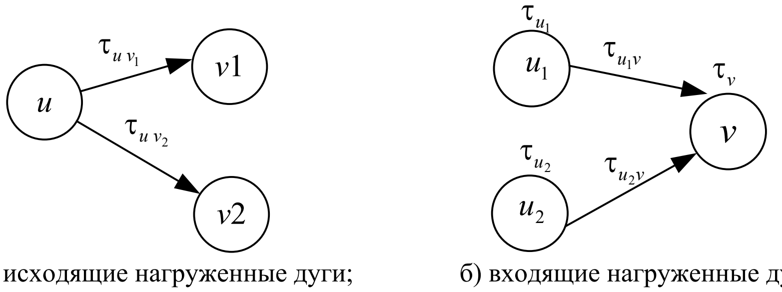


Рисунок 2.1 – Граф технологического процесса производства готовой продукции



а) исходящие нагруженные дуги; б) входящие нагруженные дуги

Рисунок 2.2 – Нагрузки на дуги графа технологического процесса (1.1)

3 Многокритериальная оптимизация распределения ресурсов

В общем случае одним из методов решения задачи определения оптимальных ТР для ТП (1.1) является метод динамического программирования: метод нахождения последовательных оптимальных решений в задачах с многошаговой (многоэтапной) структурой [8], [9].

Рассматриваемый технологический процесс (ТП) является управляемой системой, находящейся в одном из состояний, изменяемых на каждом этапе ТП в результате управляющего воздействия (управления). При этом эффективность процесса управления характеризуется многомерной целевой функцией (ЦФ), зависящей от состояния и применяемого управления.

Принцип оптимальности Беллмана утверждает, что на последовательности оптимальных управлений $y_1^*, y_2^*, ..., y_i^*,\ i = 1, ..., n,$ должна достигать max (min) и каждая из функций:

$$f_i\left(\tau_{i-1}, y_i, y_{i+1}, ..., y_n\right) =$$
$$= h_i\left(\tau_{i-1}, y_i\right) + h_{i+1}\left(\tau_i, y_{i+1}\right) + ... + h_n\left(\tau_{n-1}, y_n\right), \quad (3.1)$$
$$i = 1, ..., n.$$

Введем следующее обозначение:

$$\varphi_i\left(\tau_{i-1}\right) = \underbrace{\max\ (\min)}_{y_i, y_{i+1}, ..., y_n}\left(f_i\left(\tau_{i-1}, y_i, y_{i+1}, ..., y_n\right)\right), \quad (3.2)$$
$$i = 1, ..., n.$$

Тогда из (3.1) и (3.2) следуют функциональные уравнения, называемые функциональными уравнениями Беллмана:

$$\varphi_i\left(\tau_{i-1}\right) =$$
$$= \underbrace{\max\ (\min)}_{y_i}\left(\varphi_{i+1}\left(g_i\left(\tau_{i-1}, y_i\right)\right) + h_i\left(\tau_{i-1}, y_i\right)\right), \quad (3.3)$$
$$i = 1, ..., n.$$

Решение функциональных уравнений Беллмана для задачи оптимизации технологического процесса (1.1) даёт возможность построить последовательность оптимальных управляющих воздействий и соответствующих им значений целевой функции (ЦФ):

$$\tau_v = \underbrace{\max\ (\min)}_{u}\{\tau_u + \tau_{uv}\},\ \ \tau_0 = 0, \quad (3.4)$$

где $u \in M_B(i-1)$ – номера вершин графа ТП (1.1), из которых исходят дуги $(i-1)$ этапа ПП, $v \in M_B(i)$ – номера вершин, в которые входят в дуги графа на i этапе ТП; $M_B(i)$ – множество вида (2.1) для i этапа ТП (рисунок 2.2).

Нагруженные дуги, которые исходят из одних и тех же вершин графа, эквивалентны вследствие интерпретации характеристик нагрузок на дуги графа – это затраты времени, стоимости расхода ресурсов и *показатель_качества продукции* (*от* 0 *до* 1), *либо заработные платы работников*, *привлеченных* для выпуска определённого количества продукции для одного технологического режима ТП (1.1). В силу специфики интерпретации нагрузок на дуги графа для ТП (1.1) имеют место следующие соотношения:

***Соотношение* 3.1.** *Для одномерных нагрузок* $\tau_{uv} \in R$ *на дуги графа ТП* (1.1) *справедливо равенство* [7]:

$$(\forall u \in M_B(i-1))(\forall v_1, v_2 \in M_B(i))\left[\tau_{uv_1} = \tau_{uv_2}\right], \quad (3.5)$$
$$i = 1, \ldots, n.$$

Доказано следующее утверждение [7].

***Утверждение* 3.1.** *С учётом* (3.5) *функциональное уравнение* (3.4) *принимает вид*:

$$\tau_v = \tau_u + \underbrace{\max\ (\min)}_{u}\{\tau_{uv}\},\ \ \tau_0 = 0,\ \ \tau_{uv} \in R. \quad (3.6)$$

***Соотношение* 3.2.** *Для двумерных нагрузок* $\tau_{uv} = \left(\tau_{uv}^{(1)}, \tau_{uv}^{(2)}\right) \in R^2,\ \ \tau_{uv_1} = \left(\tau_{uv_1}^{(1)}, \tau_{uv_1}^{(2)}\right),\ \ \tau_{uv_2} = \left(\tau_{uv_2}^{(1)}, \tau_{uv_2}^{(2)}\right)$ *на дуги графа ТП* (1.1) *справедливы равенства:*

$$(\forall u \in M_B(i-1))(\forall v_1, v_2 \in M_B(i))$$
$$\left[\left(\tau_{uv_1}^{(1)} = \tau_{uv_2}^{(1)}\right) \wedge \left(\tau_{uv_1}^{(2)} = \tau_{uv_2}^{(2)}\right) \Leftrightarrow \left(\tau_{uv_1} = \tau_{uv_2}\right)\right], \quad (3.7)$$
$$i = 1, ..., n.$$

***Утверждение* 3.2.** *С учётом* (3.7) *функционально уравнение* (3.4) *принимает вид*:

$$L_i =$$
$$= \begin{cases} \left(\begin{array}{c} L_{(i-1)1} + \underbrace{Fm_1}_{u \in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(1)}\right\}\right) \\ \hdashline L_{(i-1)2} + \\ +Fm_2\left\{\tau_{u_i v}^{(2)} \middle| \tau_{u_i v}^{(1)} = \underbrace{Fm_1}_{u \in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(1)}\right\}\right)\right\} \end{array} \middle| \, pOpt = (1,2) \right), \\ \hdashline \left(\begin{array}{c} L_{(i-1)1} + \\ +Fm_1\left\{\tau_{u_i v}^{(1)} \middle| \tau_{u_i v}^{(1)} = \underbrace{Fm_2}_{u \in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(2)}\right\}\right)\right\} \\ \hdashline L_{(i-1)2} + \\ + \underbrace{Fm_2}_{u \in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(2)}\right\}\right) \end{array} \middle| \, pOpt = (2,1) \right); \end{cases} \quad (3.8)$$

где $L_i = (L_{i1}\ L_{i2})^T,\ L_0 = (0\ 0)^T;\ i = 1, ..., n$ – номера этапов ТП; $u \in M_B(i-1)$ – номера вершин графа (рисунок 2.1), из которых исходят дуги $(i-1)$ этапа ТП; $v \in M_B(i)$ – номера вершин графа, в которые входят дуги i этапа ТП; $POpt \in R^2$ (где $POpt_k \in \{1, 2\}$, $k \in 1, 2)$ – параметр приоритета критериев оптимизации ТП (1.1) по первой (времени), затем по второй (стоимости ресурсов) координате $\tau_{uv} \in R^2$, или – наоборот; $Fm_1, Fm_2 \in \{\min, \max\}$ – критерии оптимизации для первой и второй координат векторов состояний на этапах ТП, которые лексикографически упорядочил параметр *POpt* соответственно.

Область A (рисунок 3.1) для исследования технологического процесса производства готовой продукции – область оптимизации ТП с использованием двух лексикографически упорядоченных критериев: оптимизация ТП по времени и стоимости с учетом гипотезы о том, что вся выпускаемая продукция качественна.

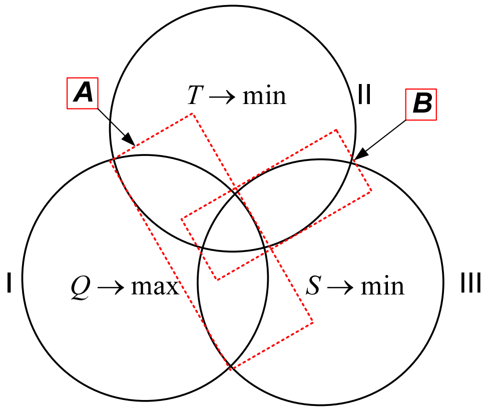


Рисунок 3.1 – Области A и B для исследования технологического процесса производства готовой продукции

Продукция в ТП на каждом этапе проходит контроль качества. Возможны градации качества с введением сортности (1, 2, 3 сорт), что можно отразить введенным параметром (% качества) и с введением третьего критерия перейти из области исследования A в область исследования B (рисунок 3.1).

***Соотношение* 3.3.** *Для трёхмерных нагрузок на дуги графа ТП* (1.1)

$$\tau_{uv_1}=\left(\tau_{uv_1}^{(1)},\tau_{uv_1}^{(2)},\tau_{uv_1}^{(3)}\right),\ \ \tau_{uv_2}=\left(\tau_{uv_2}^{(1)},\tau_{uv_2}^{(2)},\tau_{uv_2}^{(3)}\right),\ \ \tau_{uv_1},\tau_{uv_2}\in R^3$$

справедливы равенства [7]:

$$(\forall u\in M_B(i-1))(\forall v_1,v_2\in M_B(i)) \tag{3.9}$$

$$\left[\left(\tau_{uv_1}^{(1)}=\tau_{uv_2}^{(1)}\right)\wedge\left(\tau_{uv_1}^{(2)}=\tau_{uv_2}^{(2)}\right)\wedge\left(\tau_{uv_1}^{(3)}=\tau_{uv_2}^{(3)}\right)\Leftrightarrow\left(\tau_{uv_1}=\tau_{uv_2}\right)\right],$$

$$i=1,\ldots,n.$$

***Утверждение* 3.3.** *Для трёхмерных нагрузок* $\tau_{uv}=\left(\tau_{uv}^{(1)},\tau_{uv}^{(2)},\tau_{uv}^{(3)}\right)\in R^3$ *на дуги графа ТП* (1.1) *из истинности равенств* (3.9) *следует истинность представления функционального уравнения Беллмана* (3.4) *в виде*:

$$L_i=\begin{cases} G_1\left(L_{(i-1)},\{\tau_{uv}\}\right)\big|pOpt=I_1=(1,2,3),\\ G_2\left(L_{(i-1)},\{\tau_{uv}\}\right)\big|pOpt=I_2=(2,1,3),\\ \qquad\ldots\\ G_{3!}\left(L_{(i-1)},\{\tau_{uv}\}\right)\big|pOpt=I_{3!}; \end{cases} \tag{3.10}$$

где L_i = $(L_{i1}\ L_{i2}\ L_{i3})^T$, L_0 = $(0\ 0\ 0)^T$; $\dim(L_i)$=3×1; i = 1, ..., n – номера этапов ТП; $u\in M_B(i-1)$ – номера вершин $(i-1)$ этапа ТП (1.1), из которых исходят дуги графа ТП; $v\in M_B(i)$ – номера вершин, в которые входят дуги графа i этапа ТП; $POpt\in R^3$ (где $POpt_k\in\{1,\ 2,\ 3\}$, $k\in 1,\ldots,3$) – параметр приоритета критериев оптимизации ТП (1.1) по первой (времени), затем по второй (стоимости первой группы ресурсов ТП), и так далее: по третьей группе ресурсов ТП (координате $\tau_{uv}\in R^3$); $I_1, I_2, \ldots, I_{3!}$ – перестановки приоритета критериев параметра $POpt$;

$$G_1\left(L_{(i-1)},\{\tau_{uv}\}\right)=\Bigg(L_{(i-1)1}+\underbrace{Fm_1}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(1)}\right\}\right),$$

$$L_{(i-1)2}+Fm_2\left\{\tau_{u_iv}^{(2)}\,\middle|\,\tau_{u_iv}^{(1)}=\underbrace{Fm_1}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(1)}\right\}\right)\right\},$$

$$L_{(i-1)3}+Fm_3\Bigg\{\tau_{u_jv}^{(3)}\Bigg\|\left(\tau_{u_jv}^{(1)}=\underbrace{Fm_1}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(1)}\right\}\right)\right)\wedge$$

$$\wedge\left(\tau_{u_jv}^{(2)}=Fm_2\left\{\tau_{u_iv}^{(2)}\,\middle|\,\tau_{u_iv}^{(1)}=\underbrace{Fm_1}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(1)}\right\}\right)\right\}\right)\Bigg\}\Bigg)^T,$$

$$I_1=(1,\ 2,\ 3),$$

$$G_2\left(L_{(i-1)},\{\tau_{uv}\}\right)=$$

$$=\Bigg(L_{(i-1)1}+Fm_1\left\{\tau_{u_iv}^{(1)}\,\middle|\,\tau_{u_iv}^{(2)}=\underbrace{Fm_2}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(2)}\right\}\right)\right\},$$

$$L_{(i-1)2}+\underbrace{Fm_2}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(2)}\right\}\right),L_{(i-1)3}+$$

$$+Fm_3\Bigg\{\tau_{u_jv}^{(3)}\Bigg\|\left(\tau_{u_jv}^{(1)}=Fm_1\left\{\tau_{u_iv}^{(1)}\,\middle|\,\underbrace{Fm_2}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(2)}\right\}\right)\right\}\right)\wedge$$

$$\wedge\left(\tau_{u_jv}^{(2)}=\underbrace{Fm_2}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(2)}\right\}\right)\right)\Bigg\}\Bigg)^T,\ \ I_2=(2,1,3),$$

$$G_3\left(L_{(i-1)},\{\tau_{uv}\}\right)=\Bigg(L_{(i-1)1}+\underbrace{Fm_1}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(1)}\right\}\right),$$

$$L_{(i-1)2}+Fm_2\Bigg\{\tau_{u_jv}^{(2)}\Bigg\|\left(\tau_{u_jv}^{(1)}=\underbrace{Fm_1}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(1)}\right\}\right)\right)\wedge$$

$$\wedge\left(\tau_{u_jv}^{(3)}=Fm_3\left(\left\{\tau_{u_iv}^{(3)}\,\middle|\,\tau_{u_iv}^{(1)}=\underbrace{Fm_1}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(1)}\right\}\right)\right\}\right)\right)\Bigg\},L_{(i-1)3}+$$

$$+Fm_3\left(\left\{\tau_{u_iv}^{(3)}\,\middle|\,\tau_{u_iv}^{(1)}=\underbrace{Fm_1}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(1)}\right\}\right)\right\}\right)\Bigg)^T,I_3=(1,\ 3,\ 2),$$

$$G_4\left(L_{(i-1)},\{\tau_{uv}\}\right)=$$

$$=\Bigg(L_{(i-1)1}+Fm_1\Bigg\{\tau_{u_jv}^{(1)}\Bigg\|\left(\tau_{u_jv}^{(2)}=\underbrace{Fm_2}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(2)}\right\}\right)\right)\wedge$$

$$\wedge\left(\tau_{u_jv}^{(3)}=Fm_3\left(\left\{\tau_{u_iv}^{(3)}\,\middle|\,\tau_{u_iv}^{(1)}=\underbrace{Fm_1}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(1)}\right\}\right)\right\}\right)\right)\Bigg\},$$

$$L_{(i-1)2}+\underbrace{Fm_2}_{u\in M_B(i-1)}\left(\left\{\tau_{uv}^{(2)}\right\}\right),L_{(i-1)3}+$$

$$+Fm_3\Bigg(\Bigg\{\tau^{(3)}_{u_iv}\,\Bigg|\,\tau^{(2)}_{u_iv}=\underbrace{Fm_2}_{u\in M_B(i-1)}\Big(\big\{\tau^{(2)}_{uv}\big\}\Big)\Bigg\}\Bigg)\Bigg)^T,\ I_4=(2,3,1),$$

$$G_5\left(L_{(i-1)},\{\tau_{uv}\}\right)=$$

$$=\Bigg(L_{(i-1)1}+Fm_1\Bigg\{\tau^{(1)}_{u_jv}\,\Bigg|\,\Bigg(\tau^{(3)}_{u_jv}=\underbrace{Fm_3}_{u\in M_B(i-1)}\Big(\big\{\tau^{(3)}_{uv}\big\}\Big)\Bigg)\wedge$$

$$\wedge\Bigg(\tau^{(2)}_{u_jv}=Fm_2\Bigg(\Bigg\{\tau^{(2)}_{u_iv}\,\Bigg|\,\tau^{(3)}_{u_iv}=\underbrace{Fm_3}_{u\in M_B(i-1)}\Big(\big\{\tau^{(3)}_{uv}\big\}\Big)\Bigg\}\Bigg)\Bigg)\Bigg\},$$

$$L_{(i-1)2}+Fm_2\Bigg(\Bigg\{\tau^{(2)}_{u_iv}\,\Bigg|\,\tau^{(3)}_{u_iv}=\underbrace{Fm_3}_{u\in M_B(i-1)}\Big(\big\{\tau^{(3)}_{uv}\big\}\Big)\Bigg\}\Bigg),$$

$$L_{(i-1)3}+\underbrace{Fm_3}_{u\in M_B(i-1)}\Big(\big\{\tau^{(3)}_{uv}\big\}\Big)\Bigg)^T,\ I_5=(3,2,1),$$

$$G_6\left(L_{(i-1)},\{\tau_{uv}\}\right)=$$

$$=\Bigg(L_{(i-1)1}+Fm_1\Bigg(\Bigg\{\tau^{(1)}_{u_iv}\,\Bigg|\,\tau^{(3)}_{u_iv}=\underbrace{Fm_3}_{u\in M_B(i-1)}\Big(\big\{\tau^{(3)}_{uv}\big\}\Big)\Bigg\}\Bigg),$$

$$L_{(i-1)2}+Fm_2\Bigg\{\tau^{(1)}_{u_jv}\,\Bigg|\,\Bigg(\tau^{(3)}_{u_jv}=\underbrace{Fm_3}_{u\in M_B(i-1)}\Big(\big\{\tau^{(3)}_{uv}\big\}\Big)\Bigg)\wedge$$

$$\wedge\Bigg(\tau^{(1)}_{u_jv}=Fm_1\Bigg(\Bigg\{\tau^{(1)}_{u_iv}\,\Bigg|\,\tau^{(3)}_{u_iv}=\underbrace{Fm_3}_{u\in M_B(i-1)}\Big(\big\{\tau^{(3)}_{uv}\big\}\Big)\Bigg\}\Bigg)\Bigg)\Bigg\},$$

$$L_{(i-1)3}+\underbrace{Fm_3}_{u\in M_B(i-1)}\Big(\big\{\tau^{(3)}_{uv}\big\}\Big)\Bigg)^T,\ I_6=(3,1,2),$$

где Fm_1, Fm_2, $Fm_3 \in$ {min, max} – критерии оптимизации ТП (1.1) для первой, второй и третьей координат векторов состояний на этапах ТП (1.1), которые лексикографически упорядочил параметр *POpt*.

Требуется: определить оптимальные ТР ТП (1.1), в соответствии с заданными критериями оптимальности. При моделировании ТП рассмотрены следующие, приведённые ниже, критерии оптимизации.

I. Итоговые время, стоимость расхода ресурсов, качество готовой продукции (T, S, Q) определены для применяемого на производстве сочетания ТР ТП.

II. Итоговые время, стоимость расхода ресурсов, качество готовой продукции (T^*, S^*, Q^*) определяются для оптимизации по одному из критериев:

$T\to$min; $T\to$max; $S\to$ min;
$S\to$max, $Q\to$ min; $Q\to$max.

III. Итоговые время и стоимость расхода ресурсов (T^*, S^*) определяются для оптимизации по двум лексикографически упорядоченным критериям (в предположении $Q =$ max) (таблица 3.1).

Таблица 3.1 – Лексикографически упорядочен-ные два критерия оптимизации

№	Критерии	№	Критерии
1	(T, S), $T\to$ max, $S\to$ max	5	(T, S), $T\to$ min, $S\to$ min
2	(S, T), $S\to$ max, $T\to$ max	6	(S, T), $S\to$ min, $T\to$ min
3	(T, S), $T\to$ min, $S\to$ max	7	(T, S), $T\to$ max, $S\to$ min
4	(S, T), $S\to$ max, $T\to$ min	8	(S, T), $S\to$ min, $T\to$ max

IV. Итоговые время и стоимость расхода ресурсов (T^*, S^*, Q^*) определяются для оптимизации по трем лексикографически упорядоченным критериям (таблица 2).

Таблица 3.2 – Лексикографически упорядоченные три критерия оптимизации

№	Критерии	№	Критерии
1	(Q, T, S), $Q\to$ max, $T\to$ max, $S\to$ max	25	(Q, T, S), $Q\to$ max, $T\to$ min, $S\to$ min
2	(Q, S, T), $Q\to$ max, $S\to$ max, $T\to$ max	26	(Q, S, T), $Q\to$ max, $S\to$ min, $T\to$ min
3	(T, Q, S), $Q\to$ max, $T\to$ max, $S\to$ max	27	(T, Q, S), $Q\to$ max, $T\to$ min, $S\to$ min
4	(T, S, Q), $Q\to$ max, $T\to$ max, $S\to$ max	28	(T, S, Q), $Q\to$ max, $T\to$ min, $S\to$ min
5	(S, T, Q), $Q\to$ max, $S\to$ max, $T\to$ max	29	(S, T, Q), $Q\to$ max, $S\to$ min, $T\to$ min
6	(S, Q, T), $Q\to$ max, $S\to$ max, $T\to$ max	30	(S, Q, T), $Q\to$ max, $S\to$ min, $T\to$ min
7	(Q, T, S), $Q\to$ min, $T\to$ max, $S\to$ max	31	(Q, T, S), $Q\to$ min, $T\to$ min, $S\to$ min
8	(Q, S, T), $Q\to$ min, $S\to$ max, $T\to$ max	32	(Q, S, T), $Q\to$ min, $S\to$ min, $T\to$ min
9	(T, Q, S), $Q\to$ min, $T\to$ max, $S\to$ max	33	(T, Q, S), $Q\to$ min, $T\to$ min, $S\to$ min
10	(T, S, Q), $Q\to$ min, $T\to$ max, $S\to$ max	34	(T, S, Q), $Q\to$ min, $T\to$ min, $S\to$ min
11	(S, T, Q), $Q\to$ min, $S\to$ max, $T\to$ max	35	(S, T, Q), $Q\to$ min, $S\to$ min, $T\to$ min
12	(S, Q, T), $Q\to$ min, $S\to$ max, $T\to$ max	36	(S, Q, T), $Q\to$ min, $S\to$ min, $T\to$ min
13	(Q, T, S), $Q\to$ max, $T\to$ min, $S\to$ max	37	(Q, T, S), $Q\to$ max, $T\to$ max, $S\to$ min
14	(Q, S, T), $Q\to$ max, $S\to$ max, $T\to$ min	38	(Q, S, T), $Q\to$ max, $S\to$ min, $T\to$ max
15	(T, Q, S), $Q\to$ max, $T\to$ min, $S\to$ max	39	(T, Q, S), $Q\to$ max, $T\to$ max, $S\to$ min
16	(T, S, Q), $Q\to$ max, $T\to$ min, $S\to$ max	40	(T, S, Q), $Q\to$ max, $T\to$ max, $S\to$ min

№	Критерии	№	Критерии
17	(S, T, Q), $Q \to \max$, $S \to \max$, $T \to \min$	41	(S, T, Q), $Q \to \max$, $S \to \min$, $T \to \max$
18	(S, Q, T), $Q \to \max$, $S \to \max$, $T \to \min$	42	(S, Q, T), $Q \to \max$, $S \to \min$, $T \to \max$
19	(Q, T, S), $Q \to \min$, $T \to \min$, $S \to \max$	43	(Q, T, S), $Q \to \min$, $T \to \max$, $S \to \min$
20	(Q, S, T), $Q \to \min$, $S \to \max$, $T \to \min$	44	(Q, S, T), $Q \to \min$, $S \to \min$, $T \to \max$
21	(T, Q, S), $Q \to \min$, $T \to \min$, $S \to \max$	45	(T, Q, S), $Q \to \min$, $T \to \max$, $S \to \min$
22	(T, S, Q), $Q \to \min$, $T \to \min$, $S \to \max$	46	(T, S, Q), $Q \to \min$, $T \to \max$, $S \to \min$
23	(S, T, Q), $Q \to \min$, $S \to \max$, $T \to \min$	47	(S, T, Q), $Q \to \min$, $S \to \min$, $T \to \max$
24	(S, Q, T), $Q \to \min$, $S \to \max$, $T \to \min$	48	(S, Q, T), $Q \to \min$, $S \to \min$, $T \to \max$

Например, для случая 25 (таблица 3.2) ((Q, T, S), $Q \to \max$, $T \to \min$, $S \to \min$) уравнение (3.10) принимает вид:

$$
\begin{aligned}
L_i &= G_6\left(L_{(i-1)}, \left\{\tau_{uv}\right\}\right) = \\
&= \left(L_{(i-1)1} + \min\left(\left\{ \tau^{(1)}_{u_i v} \,\middle|\, \tau^{(3)}_{u_i v} = \underbrace{\max}_{u \in M_B(i-1)} \left(\left\{ \tau^{(3)}_{uv} \right\} \right) \right\} \right), \right. \\
&\quad L_{(i-1)2} + \min \left\{ \tau^{(1)}_{u_j v} \,\middle|\, \left(\tau^{(3)}_{u_j v} = \underbrace{\max}_{u \in M_B(i-1)} \left(\left\{ \tau^{(3)}_{uv} \right\} \right) \right) \wedge \right. \\
&\quad \left. \wedge \left(\tau^{(1)}_{u_j v} = \min\left(\left\{ \tau^{(1)}_{u_i v} \,\middle|\, \tau^{(3)}_{u_i v} = \underbrace{\max}_{u \in M_B(i-1)} \left(\left\{ \tau^{(3)}_{uv} \right\} \right) \right\} \right) \right) \right\}, \\
&\quad \left. + L_{(i-1)3} + \underbrace{\max}_{u \in M_B(i-1)} \left(\left\{ \tau^{(3)}_{uv} \right\} \right) \right)^T .
\end{aligned}
$$

При этом S может рассматриваться как общая стоимость ресурсов; стоимость некоторых химикатов; стоимость энергоресурсов (электроэнергии, пара, газа).

Определение оптимальных ТР ТП (1.1) производится согласно методу динамического программирования. Для этого по формуле (3.8) строятся последовательности двумерных состояний (либо по формуле (3.10) – трехмерных состояний) на этапах ТП (1.1) и, соответственно, последовательности управлений ТП (1.1).

Экономический эффект оптимизации (ΔT, ΔS) определяется по формулам:

$$\Delta T = T^* - T,$$
$$\Delta S = S^* - S,$$

где (T, S), (T^*, S^*) итоговые время и стоимость расхода ресурсов для применяемого на производстве и оптимального сочетания ТР ТП, соответственно.

4 Методика решения задачи многокритериальной оптимизации

Решение задачи многокритериальной оптимизации включает шаги:

Шаг 1. Построение последовательности оптимальных состояний ТП на этапах производства готовой продукции:

$$L_i = \varphi_i\,(L_{i-1}, S_i\,, T_i\,, Params_i),$$
$$L_i, L_{i-1} \in \{R, R^2\},\ L_0 = \{0, (0\ \ 0)^T\}$$

где L_i, $L_{i-1} \in R$ – суммарный итог по отношению к оптимизируемому ресурсу (времени, стоимости ресурсов) для i, $i = 1, ..., n$, этапов ТП (1.1); если L_i, $L_{i-1} \in R^2$, $L_i = (L_{i1}\ \ L_{i2})^{\mathrm{T}}$, то L_{i1} – оптимальное состояние по времени, L_{i2} – оптимальное состояние по стоимости ресурсов на i -м этапе ТП (1.1);

φ_i – многомерные (одно-, двумерные) оптимизируемые многокритериальные целевые функции (относительно времени и/или стоимости ресурсов);

$Params_i$ – параметры управления технологическим процессом (1.1).

Шаг 2. Построение последовательности (рисунок 4.1) оптимальных управлений (выбор оптимального маршрута по графу) ТП – последовательность предикатов вида:

$$Fl \equiv \{fl_{ij} \mid fl_{ij} \in \{True, False\},$$
$$i = 1, ..., n, j = 1, ..., m_j\}.$$

5 Практические результаты

Целью процесса управления на текстильном предприятии является производство готовых тканей и трикотажных полотен в соответствии с планом производства, соответствующих определенным требованиям и удовлетворяющих требованиям потребителей. Одной из стадий изготовления готовой ткани является производственный процесс крашения тканей набивным способом (ПП КТНС). Входными ресурсами производственного

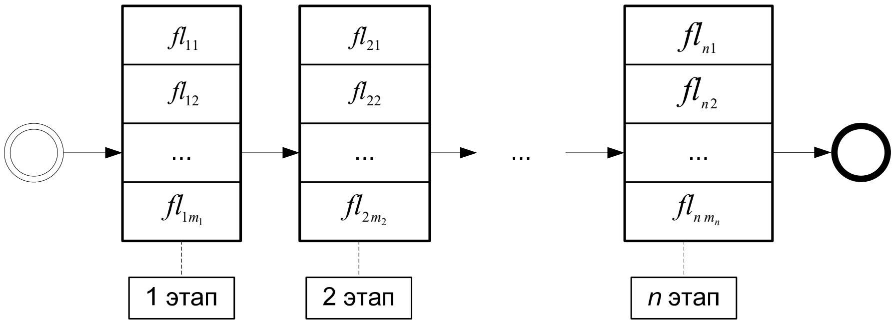


Рисунок 4.1 – Последовательность оптимальных управлений

процесса являются: суровые ткани и трикотажные полотна; химикаты и красители, прошедшие входной контроль; вода; электроэнергия; пар; газ. Себестоимости отдельных технологических режимов складываются из стоимостей используемых ресурсов: химикатов, красителей, энергоресурсов (пара, газа, электроэнергии), зарплаты рабочих и др.

Использование методики решения задачи определения последовательности оптимальных состояний и управлений производственного процесса на текстильном предприятии позволило получить оптимальную последовательность технологических режимов со значительным экономическим эффектом за счет уменьшения стоимости расхода ресурсов на 14% и временных затрат на 8% при высоком качестве готовой продукции [8].

Заключение

Предложен метод оптимизации распределения ресурсов на основе математической модели производственного процесса с использованием принципа оптимальности Беллмана с лексикографическим упорядочением критериев оптимизации по стоимости ресурсов и/или временным затратам, показателям качества для выпуска заданного количества готовой продукции. Предложена методика решения задачи многокритериального управления технологическим процессом производства готовой продукции путем выбора оптимальных технологических режимов. Обоснованность оптимального решения показана для одно-, дву- и трехмерных характеристик потока на дугах ориентированного ациклического графа технологического процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Golenko-Ginzburg*, *D*. Hierarchical control models of man-machine production systems, Vol. 1: Fundamentals / D. Golenko-Ginzburg: Scientific editor Prof. V.N. Burkov. – Science Book Publishing House, Lorman, MS, USA, 2012. – 268 p.

2. *Golenko-Ginzburg*, *D*. Hierarchical control models of man-machine production systems, Vol. 2: Control algorithms and practical applications / D. Golenko-Ginzburg: Scientific editor Prof. V.N. Burkov. – Science Book Publishing House, Lorman, MS, USA, 2013. – 328 p.

3. *Якимов*, *А.И*. Анализ методов построения имитационных моделей корпоративных информационных систем / А.И. Якимов, О.М. Демиденко, Н.Н. Ивкина // Информационные системы и технологии. – 2016. – № 2 (94). – С. 40–50.

4. *Йенсен*, *П*. Потоковое программирование: пер. с англ. / П. Йенсен, Д. Барнес. – Москва: Радио и связь, 1984. – 392 с.

5. *Якимов*, *А.И*. Технология имитационного моделирования систем управления промышленных предприятий : монография / А.И. Якимов. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2010. – 304 с.

6. *Максимей*, *И.В*. Разработка имитационных моделей сложных технических систем / И.В. Максимей, В.С. Смородин, О.М. Демиденко; М-во образования РБ, Гом. гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2014. – 298 с.

7. *Максимей*, *И.В*. Математические основы имитационного моделирования сложных систем / И.В. Максимей; под ред. О.М. Демиденко; М-во образования РБ, Гом. гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2014. – 243 с.

8. *Аверченков*, *В.И*. Многокритериальное управление технологическим процессом с использованием принципа оптимальности Беллмана / В.И. Аверченков, А.И. Якимов, Е.М. Борчик // Известия Волгоградского государственного технического университета. – 2014. – № 25 (152). – С. 95–101.

9. *Lototsky*, V.A. Simulation-Based Multi-Criterion Approach to Production Processes Control / V.A. Lototsky, A.I. Yakimov // IFAC-PapersOnLine. – July 2017. – Vol. 50, iss. 1. – P. 15580–15585.

Поступила в редакцию 22.06.2022.

Информация об авторах

Демиденко Олег Михайлович – д.т.н., профессор
Борчик Екатерина Михайловна – к.т.н.
Якимов Анатолий Иванович – д.т.н., доцент