

УДК 539.3+621.373.8

ПРИМЕНЕНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ И МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОБРАБОТКИ КВАРЦЕВЫХ ЗОЛЬ-ГЕЛЬ СТЕКОЛ ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ ЛАЗЕРНЫМИ ПУЧКАМИ

Ю.В. Никитюк¹, А.Н. Сердюков¹, В.А. Прохоренко¹, И.Ю. Аушев²

¹Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины

²Университет гражданской защиты МЧС Республики Беларусь, Минск

APPLICATION OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS AND FINITE ELEMENT METHOD FOR DETERMINING THE PARAMETERS OF ELLIPTIC LASER BEAM TREATMENT OF QUARTZ SOL-GEL GLASSES

Y.V. Nikitjuk¹, A.N. Serdyukov¹, V.A. Prohorenko¹, I.Y. Aushev²

¹Francisk Skorina Gomel State University

²University of Civil Protection of the Ministry for Emergency Situations of the Republic of Belarus, Minsk

С использованием искусственных нейронных сетей и метода конечных элементов выполнено моделирование процесса лазерного раскалывания кварцевых стекол, полученных золь-гель способом. Для формирования обучающего массива данных и данных для тестирования нейронных сетей расчеты температурных полей и полей термоупругих напряжений выполнялись с использованием метода конечных элементов в программе ANSYS. Расчеты были выполнены для 875 вариантов входных параметров, 800 из которых были использованы для обучения нейронных сетей. В работе выполнено исследование влияния архитектуры нейронной сети, размеров обучающего массива данных и времени обучения на точность определения термоупругих напряжений и температур в зоне лазерной обработки кварцевых золь-гель стекол.

Ключевые слова: нейронная сеть, лазерное раскалывание, кварцевая пластина.

Modeling of the process of laser splitting of quartz glasses obtained by the sol-gel method using artificial neural networks and the finite element method was carried out. To form a training data set and data for testing neural networks, calculations of temperature fields and fields of thermoelastic stresses were performed using the finite element method in the ANSYS program. Calculations were completed for 875 variants of input parameters, 800 of which were used for training neural networks. The influence of the architecture of the neural network, the size of the training data array, and the training time on the accuracy of determining thermoelastic stresses and temperatures in the zone of laser processing of quartz sol-gel glasses were investigated.

Keywords: neural network, laser splitting, quartz plate.

Введение

Для кварцевых стекол характерна высокая механическая прочность и высокая термостойкость, устойчивость к действию кислот и воды. Все эти особенности присущи и кварцевым стеклам, синтезированным золь-гель методом. При этом использование золь-гель метода обеспечивает возможность получения особо чистых и активированных кварцевых стекол для волоконной оптики, оптоэлектроники и лазерной техники [1]–[2].

Реализация традиционных методов обработки кварцевого стекла основана на применении алмазного инструмента, гидроабразивной струи или на применении лазерного излучения для резки в режиме испарения материала. Основным недостатком выше перечисленных методов является высокая дефектность получаемых кромок [3].

Лазерное раскалывание является одним из эффективных методов обработки стекол, керамики и кристаллов. Сущность данного метода

заключается в резке материала в результате формирования трещины при последовательном лазерном нагреве и воздействии хладагента на обрабатываемую поверхность. К основным достоинствам лазерного раскалывания относятся высокая точность разделения и высокая скорость обработки, безотходность и повышение прочности получаемых изделий [3]–[6]. В работах [7]–[9] приведены результаты исследования процесса лазерного раскалывания стеклянных золь-гель пластин.

Искусственные нейронные сети получили широкое применение в различных областях науки и техники, в том числе для моделирования технологических процессов лазерной обработки [10]–[12]. В некоторых случаях оказывается эффективным сочетание возможностей искусственных нейронных сетей и метода конечных элементов для решения научно-практических задач [13]–[16]. В работе [17] было проведено сравнение эффективности моделирования с использованием искусственной нейронной сети и

конечно-элементного моделирования процесса лазерного раскалывания стекла. При этом точность результатов нейросетевого моделирования оказалась выше.

В данном исследовании искусственные нейронные сети были использованы для определения значений температур и термоупругих напряжений, формируемых при лазерном раскалывании кварцевых пластин.

1 Конечно-элементный анализ

Для решения задач термоупругости эффективно применение метода конечных элементов [18]–[19]. В данной работе была применена программа ANSYS, которая позволяет находить решения широкого спектра задач и эффективна при математическом моделировании и вычислительном эксперименте [20]–[21]. Моделирование лазерного раскалывания в ANSYS выполняется с использованием средств термопрочностного анализа, а температурные поля и поля термоупругих напряжений определяются последовательно друг за другом, что соответствует методике решения несвязанной задачи термоупругости в квазистатической постановке [22]. Такое моделирование лазерного раскалывания не учитывает эффект связанности и динамические эффекты, обусловленные движением частиц твердого тела при тепловом расширении [23].

Важным критерием осуществления технологий лазерного раскалывания является реализация разрушения, определенного хрупкостью материала. При этом феноменологически различают пластическое и хрупкое разрушение. Допустимо описание хрупкого и пластического разрушения с использованием терминов «разрушение сколом» и «разрушение срезом» [24]–[25]. Хрупкость материалов может быть как свойством материала, так и хрупким состоянием. Хрупкое состояние материала обуславливается его микроструктурой и условиями деформирования. Хрупкие материалы при определенных условиях приобретают способность к пластической деформации вследствие того, что скорость протекания процессов релаксации напряжений достигает значений не ниже скорости приложения этих напряжений [26]. Вследствие этого, максимальные значения температуры при лазерном раскалывании в зоне обработки должны не превышать значения, соответствующие отсутствию релаксации термоупругих напряжений. Для кварцевых стекол в качестве верхнего предела допустимых температур было использовано соответствующее значение температуры стеклования – 1200° С [4].

В качестве критерия, определяющего направление развития лазерно-индуцированной трещины, был использован критерий максимальных растягивающих напряжений [27] в соответствии с которым формирование трещины

происходит в направлении, перпендикулярном действию максимальных растягивающих напряжений. При этом рост трещины происходит в зоне напряжений растяжения и прекращается в зоне напряжений сжатия [28]. При моделировании учитывалось, что средние значения прочности при растяжении для силикатных стекол составляют 35–100 МПа [29].

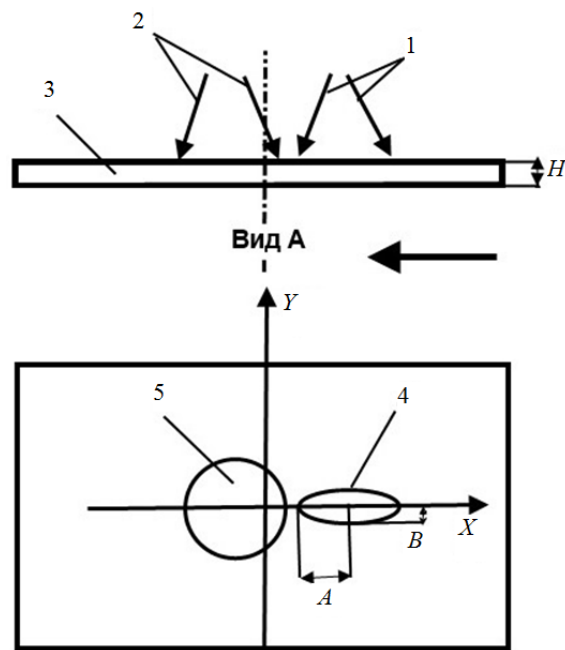


Рисунок 1.1 – Схема пространственного расположения зон воздействия лазерного излучения и хладагента

- 1 – лазерный пучок с длиной волны 10,6 мкм,
- 2 – хладагент,
- 3 – обрабатываемая пластина из кварцевого золь-гель стекла,
- 4 – сечение лазерного пучка 1 в плоскости обработки,
- 5 – зона воздействия хладагента

Для формирования обучающего массива данных и данных для тестирования нейронной сети были выполнены расчеты температурных полей и полей термоупругих напряжений в ANSYS. Моделирование проводилось для пластины с геометрическими размерами 20×10×0,5 мм. На рисунке 1.1 приведено расположение лазерного пучка и хладагента в плоскости обработки ($H = 0,5$ мм). При моделировании использовалась конечно-элементная модель, состоящая из 6515 элементов и 5075 узлов (рисунок 1.2). При тепловом анализе применялись элементы Solid 70, а при прочностном анализе элементы Solid 185. При расчетах использовались свойства кварцевых стекол, полученных при использовании коллоидного варианта золь-гель метода (таблица 1.1).

Расчеты были выполнены для 875 вариантов входных параметров, 800 из которых были

использованы для обучения нейронной сети. Параметры, использовавшиеся для моделирования лазерного раскалывания кварцевого золь-гель стекла, представлены в таблице 1.2.

Часть входных параметров и результатов расчетов представлены в таблице 1.3 и на рисунках 1.3, 1.4. V – скорость резки, A и B – полуоси эллиптического лазерного пучка, P – мощность лазерного излучения, σ_y – расчетные значения максимальных по величине напряжений растяжения и сжатия в зоне обработки, T – максимальные расчетные температуры в обрабатываемой пластине.

Таблица 1.1 – Свойства кварцевых золь-гель стекол

Свойства материала	Значения
Плотность, кг/м^3	2201
Удельная теплоемкость, $\text{Дж/кг}\cdot\text{К}$	250
Теплопроводность, $\text{Вт/м}\cdot\text{К}$	0,7
Коэффициент линейного термического расширения, $\text{град}^{-1}\cdot 10^{-7}$	5,7
Модуль Юнга, ГПа	73
Коэффициент Пуассона	0,16

Таблица 1.2 – Параметры лазерного раскалывания кварцевых золь-гель стекол

Параметры	Значения
Скорость резки V , мм/с	40; 45; 50; 55; 60; 65; 70
Мощность лазерного излучения P , Вт	10; 15; 20; 25; 30
Большая полуось эллиптического лазерного пучка A , мм	1; 1,5; 2; 2,5; 3
Малая полуось эллиптического лазерного пучка B , мм	0,5; 0,75; 1; 1,25; 1,5

Таблица 1.3 – Входные параметры конечно-элементной модели и расчетные значения температур и термоупругих напряжений в зоне лазерной обработки кварцевых золь-гель стекол тестового набора данных

N	V , мм/с	A , мм	B , мм	P , Вт	σ_y , Па		T , К
1	60	1	1,25	10	–9900919	2134379	609
2	40	3	1	10	–5333315	2651899	587
3	60	2,5	1,5	10	–3981965	1516934	468
4	50	1	1,25	30	–31780331	7304059	1335
5	70	1,5	1,25	15	–10224731	2523861	655
6	70	2,5	1,5	15	–5647697	2015548	535
7	45	2	1,25	10	–6027223	2261845	560
8	70	1	1,25	30	–28046894	5762314	1169
9	55	3	1	30	–14093784	6375479	1031
10	40	3	1,25	25	–11228330	5896808	907

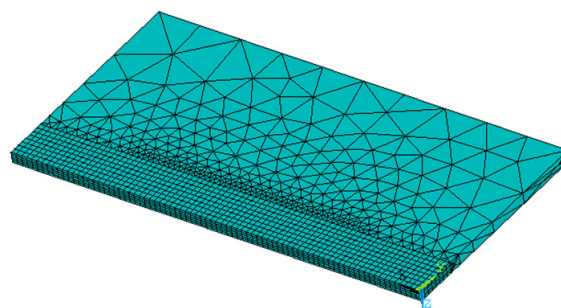


Рисунок 1.2 – Конечно-элементная модель

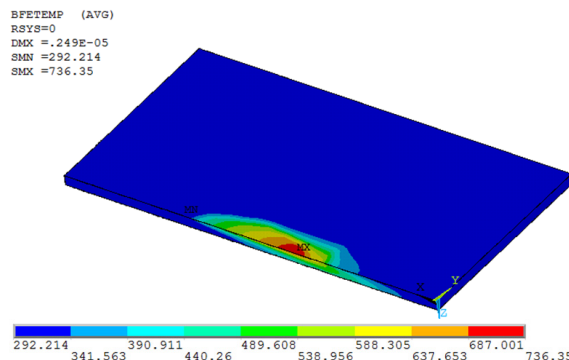


Рисунок 1.3 – Распределение температуры в объеме обрабатываемой кварцевой пластины, $V = 70$ мм/с, $P = 25$ Вт, $A = 3$ мм, $B = 1,25$ мм

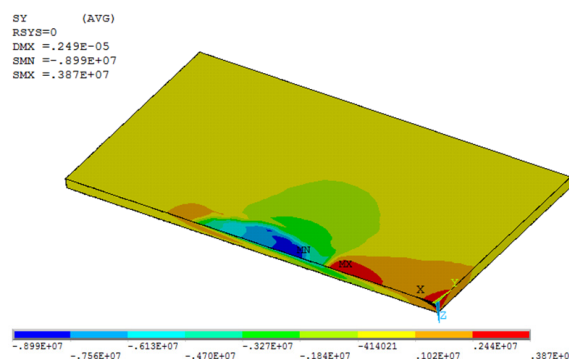


Рисунок 1.4 – Распределение напряжений σ_y в объеме обрабатываемой кварцевой пластины, $V = 70$ мм/с, $P = 25$ Вт, $A = 3$ мм, $B = 1,25$ мм

N	V , мм/с	A , мм	B , мм	P , Вт	σ_y , Па		T , К
11	55	1	1,5	25	-21982907	4922445	982
12	55	3	0,75	15	-8768348	3479365	743
13	55	2	0,75	20	-16568701	5059537	1011
14	55	2,5	1	15	-8081455	3449608	696
15	65	1,5	1,25	20	-13989759	3542707	795
16	45	2,5	1,25	20	-9879527	4442526	782
17	65	3	0,5	10	-8982481	2002186	651
18	45	3	1,5	30	-11432578	5454090	872
19	50	1	1	15	-19038379	3961303	932
20	70	1	0,75	10	-14012483	2563140	768
21	55	2	1,5	20	-10107524	3363278	697
22	40	4,5	0,5	10	-6998872	2091150	618
23	55	2	1,25	10	-5607504	1947446	533
24	45	1,5	1,25	30	-23925771	6946638	1203
25	45	2,5	1,5	20	-8922244	3761523	707
26	70	2	0,75	15	-11607193	3230900	773
27	65	3	0,75	25	-13814456	5172087	985
28	40	3	1,25	30	-13473999	7076175	1030
29	65	2,5	0,75	30	-19444159	6289100	1189
30	55	3	1,5	30	-10501907	4681773	805
31	50	1,5	1,5	25	-16340977	4819244	900
32	70	2,5	1,25	15	-6313280	2404042	580
33	50	1,5	0,5	15	-25641790	4533439	1195
34	45	2,5	1,5	10	-4461122	1880762	500
35	40	1,5	0,75	15	-18543781	5143121	1055
36	50	1,5	1	10	-8861788	2606542	648
37	50	1,5	1,5	15	-9804590	2891546	657
38	65	2,5	1,25	30	-12946026	5077539	891
39	65	2,5	1	30	-15403360	6110653	1031
40	45	1	1,25	15	-16524256	3935866	843
41	55	3	1,5	25	-8751579	3901473	720
42	60	3	0,75	10	-5674710	2188168	581
43	70	2,5	1	15	-7540657	2908975	648
44	70	2	1,25	25	-12919992	4103256	821
45	60	3	1,25	15	-5700827	2603719	583
46	40	3	1,25	10	-4491334	2358727	539
47	55	1,5	0,75	25	-27900682	7047292	1388
48	65	2,5	1,5	10	-3866510	1425637	461
49	45	3	1	25	-12695690	6127696	980
50	45	3	1	15	-7617414	3676617	705
51	70	3	1	15	-6472723	2679473	618
52	45	2,5	1,25	15	-7409645	3331894	660
53	50	3	1,25	20	-8159349	3987081	723
54	55	2,5	1,25	15	-6865154	2856648	621
55	45	2	0,75	10	-8775119	2858657	688
56	45	2,5	1	10	-5731623	2643385	592
57	50	2,5	0,75	20	-14118005	4975596	969
58	65	1	1,5	25	-20629586	4527509	925
59	45	2	1,5	25	-13646855	4771859	857
60	70	2	0,75	20	-15476256	4307871	933
61	60	1	0,75	20	-29495739	5719402	1316
62	50	2	0,75	25	-21281547	6712724	1233
63	65	2,5	1,25	10	-4315338	1692510	492
64	65	2	0,75	10	-7901756	2260306	625
65	40	2	1	30	-21761846	8762082	1340
66	50	3	1,25	10	-4079674	1993544	508

N	V , мм/с	A , мм	B , мм	P , Вт	σ_y , Па		T , К
67	70	1	0,75	15	-21018732	3844712	1005
68	60	2	1,25	10	-5441940	1834526	522
69	70	2	1	10	-6008014	1996249	555
70	70	2	1	30	-18024044	5988757	1079
71	40	3	1	25	-13333287	6629743	1027
72	50	1,5	0,75	15	-17253734	4502145	980
73	55	2	1	30	-19471147	7077513	1180
74	40	3	0,5	15	-15029579	3987257	938
75	50	1	0,5	15	-35013554	4969397	1342

2 Применение нейронной сети

Искусственная нейронная сеть – это математическая модель, основанная на структуре биологических нейронных сетей и обрабатывающая информацию на основе концепции множественных связей. Нейронная сеть состоит из связанных групп нейронов и является адаптивной системой, меняющей свою структуру на основе информации, проходящей через нее в процессе обучения. Искусственные нейронные сети эффективны при моделировании сложных связей между входами и выходами сети и их широкое применение обусловлено тем, что они создавались для нахождения нелинейных зависимостей в многомерных массивах данных [30].

Особенностью искусственных нейронных сетей в отличие от других алгоритмических конструкций является то, что они не программируются, а обучаются на множестве данных. Как отмечалось выше, обучающие выборки в данной работе формируются путем решения соответствующих задач в ANSYS. После обучения сеть, получив уже новые данные, способна корректно определять параметры лазерного раскаливания стеклянных пластин.

Для определения параметров лазерной обработки золь-гель стекол были использованы полносвязанные нейронные сети прямого пространства с различными архитектурами, созданные в открытой программной библиотеке для машинного обучения TensorFlow [12]. При создании сетей использовалась функция активации ReLu (Rectified Linear Unit), оптимизатор – Adam, являющийся расширением алгоритма стохастического градиентного спуска. Сети формировались с функцией потерь mse (mean squared error), вычисляющей квадрат разности между предсказанными и целевыми значениями. Количество эпох при обучении сетей и их архитектура изменялись (таблица 2.1).

Для тестирования сети использовались 75 вариантов параметров, представленных в таблице 1.3.

Для оценки эффективности работы нейронных сетей использовались следующие критерии:

– средняя абсолютная ошибка (Mean Absolute Error, MAE)

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |d_i - y_i|,$$

– среднеквадратичная ошибка (Root Mean Square Error, $RMSE$)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i - y_i)^2},$$

– средняя абсолютная процентная ошибка (Mean Absolute Percentage Error, $MAPE$)

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{d_i - y_i}{d_i} \right| \cdot 100,$$

где d_i – желаемый выход сети, y_i – реальный выход сети.

Результаты обучения и тестирования созданных нейронных сетей приведены в таблице 2.1.

Величины средних абсолютных процентных ошибок ($MAPE$) при определении максимальных по величине напряжений сжатия, растяжения и температур в зоне обработки не превысили 13%, 8% и 5% соответственно для худшего варианта нейронной сети (вариант 1). Минимальные величины $MAPE$ составили 6,3% для напряжений сжатия (вариант 6), 3,4% для напряжений растяжения (вариант 9) и 1,8% для температур (вариант 10). Наиболее предпочтительным представляется использование вариантов 6 и 10 конфигурации нейронной сети, обеспечивающего значения $MAPE$, равные 6,3%, 3,7%, 2,5% и 6,0%, 3,8%, 1,8% соответственно при определении максимальных по величине напряжений сжатия, растяжения и температур в зоне обработки. Отметим, что данные анализа с использованием $MAPE$ хорошо совпадают с результатами анализа с использованием в качестве критериев эффективности работы нейронных сетей средней абсолютной ошибки (MAE) и среднеквадратичной ошибки ($RMSE$) (таблица 2.1). Значения MAE для 6 и 10 вариантов составили 0,69 МПа и 0,63 МПа для напряжений сжатия, 0,14 МПа и 0,14 МПа для напряжений растяжения, 23 К и 14 К для температур. Значения $RMSE$ для 6 и 10 вариантов составили 0,89 МПа и 0,77 МПа для напряжений сжатия, 0,18 МПа и 0,17 МПа для напряжений растяжения, 19 К и 19 К для температур. В целом можно сделать вывод о возможности применения сочетания метода конечных элементов и искусственных нейронных сетей для определения параметров лазерной обработки кварцевых золь-гель стекол.

Таблица 2.1 – Результаты обучения и тестирования нейронных сетей

N	Количество данных	Архитектура	Эпохи	Напряжения сжатия			Напряжения растяжения			Температура		
				MAE	RMSE	MAPE	MAE	RMSE	MAPE	MAE	RMSE	MAPE
1	800	[4-5-3]	50	1,68	2,27	13,0	0,26	0,32	7,7	41	53	4,9
2	800	[4-10-3]	50	0,93	1,16	8,7	0,20	0,26	4,9	27	35	3,4
3	800	[4-15-3]	50	0,86	1,09	7,8	0,18	0,23	5,0	23	31	2,3
4	800	[4-15-3]	100	0,93	1,21	8,9	0,13	0,18	3,5	22	29	2,7
5	800	[4-15-10-3]	50	0,94	1,16	9,5	0,20	0,24	5,4	32	26	3,3
6	800	[4-15-10-3]	100	0,69	0,89	6,3	0,14	0,18	3,7	23	19	2,5
7	400	[4-15-3]	50	0,93	1,20	9,0	0,15	0,19	4,4	25	31	3,1
8	400	[4-15-3]	100	1,04	1,33	9,9	0,15	0,19	3,8	26	33	3,1
9	400	[4-15-10-3]	50	0,79	0,96	7,6	0,13	0,17	3,4	24	30	3,0
10	400	[4-15-10-3]	100	0,63	0,77	6,0	0,14	0,17	3,8	14	19	1,8

Заключение

В результате проведенного исследования установлена возможность определения режимов лазерного раскалывания кварцевых золь-гель стекол на основе сочетания метода конечных элементов и искусственных нейронных сетей. В результате численного эксперимента выявлены архитектуры нейронных сетей, дающие лучший результат при определении значений термоупругих напряжений и температур в зоне лазерной обработки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арбузов, В.И. Основы радиационного оптического материаловедения. – СПб: СПб ГУ ИТМО, 2008. – 284 с.
2. Подденежный, Е.Н. Золь-гель синтез оптического кварцевого стекла / Е.Н. Подденежный, А.А. Бойко. – Гомель: УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», 2002. – 210 с.
3. Борисовский, В.Е. Развитие теории и разработка комплекса технологий и оборудования для лазерной обработки кварцевого стекла: автореф. дис. докт. техн. наук: 05.11.14 / В.Е. Борисовский; МГУПИ. – М., 2011. – 36 с.
4. Мачулка, Г.А. Лазерная обработка стекла / Г.А. Мачулка. – М.: Сов. радио, 1979. – 136 с.
5. Способ резки неметаллических материалов: пат. 2024441 РФ, МКИ 5 C03B33/02 / В.С. Кондратенко; заявитель В.С. Кондратенко; заявл. 04.02.92; опубл. 12.15.94.
6. Nisar, S. Laser glass cutting techniques – A review / S. Nisar // Journal of Laser Applications. – 2013. – Vol. 25, № 4. – P. 042010-1–11.
7. Никитюк, Ю.В. Физические закономерности лазерного термораскалывания силикатных стекол и алюмооксидной керамики: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.21 / Ю.В. Никитюк. – Гомель, 2009. – 165 л.
8. Shalupaev, S.V. Silica gel glasses after laser radiation / S.V. Shalupaev, A.V. Semchenko, Y.V. Nikitjuk // Material Science. – 2003. – Vol. 21, № 4. – P. 495–501.

9. Лазерная обработка кварцевых стекол, синтезированных золь-гель методом / С.В. Шалупаев, В.В. Гайшун, А.В. Семченко, Ю.В. Никитюк // Материалы. Технологии. Инструменты. – 2005. – № 2. – С 70–73.

10. A review on applications of artificial intelligence in modeling and optimization of laser beam machining / A.N. Bakhtiyari, Z. Wang, L. Wang, H. Zheng // Optics & Laser Technology. – 2021. – Vol. 135. – P. 1–18.

11. Головкин, В.А. Нейросетевые технологии обработки данных: учеб. пособие / В.А. Головкин, В.В. Краснопрошин. – Минск: БГУ, 2017. – 263 с.

12. Шолле, Ф. Глубокое обучение на Python / Ф. Шолле. – СПб.: Питер, 2018. – 400 с.

13. Kant, R. An integrated FEM-ANN model for laser bending process with inverse estimation of absorptivity / R. Kant, S.N. Joshi, U.S. Dixit // Mechanics of advanced materials and modern processes. – 2015. – Vol. 1. – P. 1–12. – DOI: <https://doi.org/10.1186/s40759-015-0006-1>.

14. Соловьев, А.Н. Идентификация круговых трещин, выходящих на поверхности труб с помощью сочетания метода конечных элементов и искусственных нейронных сетей / А.Н. Соловьев, З. Нгуен, Ч. Занг // Экологический вестник научных центров ЧЭС. – 2014. – № 1. – С. 76–84.

15. Светашков, П.А. Оптимизация пространственных конструкций на основе гибридной нейросетевой программы: автореферат дис. ... канд. техн. наук: Красноярск, 2005. – 20 с.

16. Comparison of ANN and finite element model for the prediction of thermal stresses in diode laser cutting of float glass / M.B. Kadri, S. Nisar, S.Z. Khan, W.A. Khan // Optik – Int. J. Light Electron Optics. – 2015. – Vol. 126, № 19. – P. 1959–1964.

17. Rusia, S. Application of Artificial Neural Network for Analysis of Triangular Plate with Hole Considering Different Geometrical and Loading Parameters / S. Rusia, K. Pathak // Open Journal of Civil Engineering. – 2016. – Vol. 6, № 1. – P. 31–41.

18. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
19. Шабров, Н.Н. Метод конечных элементов в расчетах деталей тепловых двигателей / Н.Н. Шабров. – Л.: Машиностроение, 1983. – 212 с.
20. *ANSYS в руках инженера*: практическое руководство / А.Б. Каплун, Е.М. Морозов, М.А. Олферьева. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 272 с.
21. Чигарев, А.В. ANSYS для инженеров: справочное пособие / А.В. Чигарев, А.С. Кравчук, А.Ф. Смалюк. – М.: Машиностроение, 2004. – 512 с.
22. *Введение в ANSYS: прочностной и тепловой анализ*: учебное пособие / А.С. Шалумов [и др.]. – Ковров: КГТА, 2002. – 52 с.
23. Коваленко, Л.Д. Основы термоупругости / Л.Д. Коваленко. – Киев: Наукова думка, 1970. – 307 с.
24. Концевой, Ю.А. Пластичность и прочность полупроводниковых материалов и структур / Ю.А. Концевой, Ю.М. Литвинов, Э.А. Фатхов. – М.: Радио и связь, 1982. – 240 с.
25. Балкевич, В.Л. Техническая керамика: учеб. пособие для втузов / В.Л. Балкевич; 2-е изд. – М.: Стройиздат, 1984. – 256 с.
26. Баринов, С.М. Прочность технической керамики / С.М. Баринов, В.Я. Шевченко. – М.: Наука, 1996. – 159 с.
27. Карзов, Г.П. Физико-механическое моделирование процессов разрушения / Г.П. Карзов, Б.З. Марголин, В.А. Шевцова. – СПб.: Политехника, 1993. – 391 с.
28. Левин, В.А. Избранные нелинейные задачи механики разрушения / В.А. Левин, Е.М. Морозов, Ю.Г. Матвиенко. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 408 с.
29. Коленко, Е.А. Технология лабораторного эксперимента: справочник / Е.А. Коленко. – СПб.: Политехника, 1994. – 751 с.
30. *Identification of crack-like defects in elastic structural elements on the basis of evolution algorithms* / A.A. Krasnoshchekov, B.V. Sobol, A.N. Solov'ev, A.V. Cherpakov // Russian Journal of Non-destructive Testing. – 2011. – Т. 47, № 6. – С. 412–419.

Поступила в редакцию 07.07.2021.