

РЕАЛИЗАЦИЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЛОИСТЫХ ТРУБ ИЗ КОМПОЗИТОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ВОЛНЫ ПРИ ГИДРОУДАРЕ

В.В. Можаровский, С.В. Киргинцева

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины

IMPLEMENTATION OF THE CALCULATION OF THE STRESS-DEFORMED STATE OF LAYERED PIPES FROM COMPOSITES AND DETERMINATION OF WAVE VELOCITY IN HYDROSTATIC IMPACT

V.V. Mozharovsky, S.V. Kirhintsava

Francisk Skorina Gomel State University

Решается задача компьютерной реализации расчета напряженно-деформированного состояния слоистых труб из композитов и определения скорости волны при гидроударе. Рассматриваются два варианта задачи: труба с внутренним покрытием, состоящим из функционально-градиентного материала, и труба с внутренним покрытием из композита, композит волокнистый, состоящий из матрицы и волокон, модуль упругости которого определяется по правилу смесей.

Ключевые слова: слоистая труба, функционально-градиентный материал, композит, футерованная труба, напряженно-деформированное состояние, скорость волны.

The problem of computer implementation of calculating of the stress-strain state of laminated pipes made of composites and determining the wave velocity during water hammer is solved. Two variants of the problem are considered: a pipe with an inner coating consisting of a functionally gradient material, and a pipe with an inner coating of a composite, a fibrous composite consisting of a matrix and fibers, the elastic modulus of which is determined by the rule of mixtures.

Keywords: laminated pipe, functional-gradient material, composite, lined pipe, stress-strain state, wave velocity.

Введение

Многолетняя эксплуатация трубопроводов неразрывно связана с такими явлениями, как коррозия, утечка, разрывы, пренебрежение которых могут вызывать просадки дорог и экологические аварии, что, в свою очередь, имеет социальные последствия. Обслуживание и ремонт подземных трубопроводов чаще всего проводится путем извлечения поверхностных слоев грунта и раскопки открытых траншей, удаления изношенных трубопроводов, замены их на новые и засыпки. Эти процедуры могут нанести ущерб окружающей среде. Решением этой проблемы могут быть бесстраничные методы восстановления трубопроводов, которые заключаются в ремонте существующих трубопроводов без выемки грунта. Одним из таких методов является футеровка (технология CIPP) или метод полимеризации на месте трубы [1], процесс использования которой заключается во вставке пропитанной смолой гильзы в изношенный заглубленный трубопровод, расширение хвостовика и закрепление его на месте, используя ультрафиолетовый свет или другие технологии (закачивания горячего воздуха или воды). В результате получается новая труба внутри изношенной трубы. Технология CIPP была впервые разработана британским инженером Эриком Вудом, в 1971 году получила международный стандарт ISO 9000 [2].

1 Постановка задачи и методы решения

Рассматривается труба толщиной h_2 с внутренним покрытием толщиной h_1 , состоящим из функционально-градиентного материала или покрытием из композита (рисунок 1.1). Внутри трубы действует давление p , внешнее давление равно нулю.

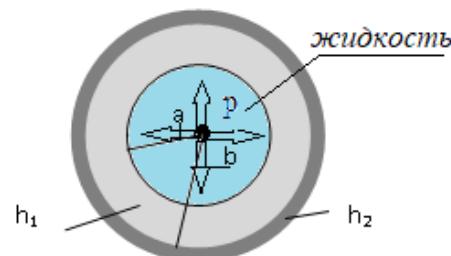


Рисунок 1.1 – Схема расчета слоистой трубы

Необходимо построить расчет напряженно-деформированного состояния слоистых труб из композитов и определения скорости волны при гидроударе, а также реализовать этот расчет с помощью компьютерных технологий.

Расчет напряженно-деформированного состояния слоистой трубы и покрытия можно описать уравнениями теории упругости. Для рассматриваемой задачи запишем уравнение равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_0}{r} = 0,$$

геометрические и физические соотношения:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_0 = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_z = 0,$$

$$\sigma_r = 2G\varepsilon_r + \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_0),$$

$$\sigma_0 = 2G\varepsilon_0 + \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_0),$$

где $\sigma = \sigma_r, \sigma_0, \sigma_z^T$ и $\varepsilon = \varepsilon_r, \varepsilon_0, \varepsilon_z^T$ – компоненты тензоров напряжений и деформаций соответственно; u_r – радиальное перемещение;

$$\lambda_i = \frac{2G_i v_i}{1-v_i}$$

коэффициенты в случае плоского

$$\text{напряженного состояния}; \quad \lambda_i = \frac{2G_i v_i}{1-2v_i}$$

коэффициенты в случае плоского деформированного состояния; G_i, v_i – модуль упругости и коэффициент Пуассона соответственно.

Записав дифференциальное уравнение равновесия (уравнение Навье) в перемещениях

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} = 0,$$

ищем его решение в виде [3], [4]:

$$u_r^{(i)} = A_i r + B_i / r,$$

$$\sigma_r^{(i)} = (2G_i + 2\lambda_i)A_i - 2G_i B_i / r^2,$$

$$\sigma_0^{(i)} = (2G_i + 2\lambda_i)A_i + 2G_i B_i / r^2,$$

где принимаем индекс $i = 1, 2$ для покрытия и трубы соответственно, A_i, B_i – коэффициенты, которые находятся из системы граничных условий:

$$\sigma_{r/r=a}^{(1)} = -p, \quad \sigma_{r/r=b}^{(1)} = \sigma_{r/r=b}^{(2)}, \quad u_{r/r=b}^{(1)} = u_{r/r=b}^{(2)}, \quad \sigma_{r/r=b+h_2}^{(2)} = 0.$$

Поскольку внутреннее покрытие состоит из функционально-градиентного материала, то считаем, что для него справедливо соотношение для изменения модуля упругости $E(r) = E_0 r^\beta$, $-2 \leq \beta \leq 2$.

Перемещения и напряжения вычисляются по формулам:

– для покрытия

$$u_r^{(1)} = A_1 r^{m_1} + B_1 r^{m_2},$$

$$\sigma_r^{(1)} = C_{11} \varepsilon_r^{(1)} + C_{12} \varepsilon_0^{(1)} =$$

$$= C_{11} (A_1 m_1 r^{m_1-1} + B_1 m_2 r^{m_2-1}) + C_{12} (A_1 r^{m_1-1} + B_1 r^{m_2-1}),$$

$$\sigma_0^{(1)} = C_{12} \varepsilon_r^{(1)} + C_{11} \varepsilon_0^{(1)} =$$

$$= C_{12} (A_1 m_1 r^{m_1-1} + B_1 m_2 r^{m_2-1}) + C_{11} (A_1 r^{m_1-1} + B_1 r^{m_2-1}),$$

– для трубы

$$u_r^{(2)} = A_2 r + B_2 / r,$$

$$\sigma_r^{(2)} = 2G_2 \varepsilon_r^{(2)} + \lambda_2 (\varepsilon_r^{(2)} + \varepsilon_0^{(2)}) =$$

$$= (2G_2 + 2\lambda_2)A_2 - 2G_2 B_2 / r^2,$$

$$\sigma_0^{(2)} = 2G_2 \varepsilon_0^{(2)} + \lambda_2 (\varepsilon_r^{(2)} + \varepsilon_0^{(2)}) =$$

$$= (2G_2 + 2\lambda_2)A_2 + 2G_2 B_2 / r^2,$$

где

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} \left(-\beta \pm \sqrt{4 + \beta^2 - 4\beta v^*} \right),$$

$$v^* = v_1 / (1-v_1),$$

$$C_{11} = \frac{E_0(1-v_1)}{(1+v_1)(1-2v_1)} r^\beta, \quad C_{12} = \frac{E_0 v_1}{(1+v_1)(1-2v_1)} r^\beta.$$

В случае исследования напряженно-деформированного состояния трубы с волокнистым покрытием, для компьютерной реализации расчета слоистой композитной трубы, будем использовать решение для однородных изотропных труб, которое представлено в работе [1]:

$$u_r^{(i)} = -\frac{1+v^{(i)}}{E^{(i)}} \frac{B^{(i)}}{r} + \frac{2(1-v^{(i)})}{E^{(i)}} C^{(i)} r,$$

$$\sigma_r^{(i)} = \frac{B^{(i)}}{r^2} + 2C^{(i)},$$

$$\sigma_0^{(i)} = -\frac{B^{(i)}}{r^2} + 2C^{(i)},$$

где для варианта трубы с покрытием

$$B^{(1)} = p \left(\frac{XY + YW - XZ}{Y - Z - W} \right) r_0^2,$$

$$B^{(2)} = p \left(\frac{X + Y}{(Y - Z - W)\beta_1^2} \right) r_2^2,$$

$$C^{(1)} = -\frac{p}{2} \left(\frac{XY + YW - XZ}{Y - Z - W} \right),$$

$$C^{(2)} = -\frac{p}{2} \left(\frac{X + Y}{(Y - Z - W)\beta_1^2} \right),$$

$$X = \frac{\varphi^{(1)}}{\varphi^{(1)} + \beta_1^2 \Gamma^{(1)}}, \quad W = \frac{\varphi^{(2)} \beta_2^2 + \Gamma^{(2)}}{\varphi^{(1)} + \beta_1^2 \Gamma^{(1)}}, \quad Y = \frac{1}{\beta_1^2 - 1},$$

$$Z = \frac{\beta_2^2}{\beta_1^2 - 1}, \quad \varphi^{(i)} = \frac{1+v^{(i)}}{E^{(i)}}, \quad \Gamma^{(i)} = \frac{1-v^{(i)}}{E^{(i)}}, \quad \beta_i = \frac{r_{\text{внешн}}^{(i)}}{r_{\text{внутр}}^{(i)}},$$

для варианта трубы без покрытия

$$B = \frac{p}{1-\beta_r^2} r_2^2, \quad C = \frac{-p}{2(1-\beta_r^2)},$$

$$\beta_r = r_2 / r_1,$$

где r_1, r_2 – внутренний и внешний радиусы трубы.

Для покрытий из композитов строим решение, считая, что модуль упругости и коэффициент Пуассона вычисляются по правилу смесей:

$$E_1 = v E_a + (1-v) E_m,$$

$$v_1 = v v_a + (1-v) v_m,$$

где E_a, E_m – модули упругости волокна и матрицы соответственно, v_a, v_m – коэффициенты Пуассона волокна и матрицы соответственно, v – объемное содержание волокна.

При расчете или моделировании эффектов гидроудара одним из ключевых параметров является скорость волны c . Для вычисления скорости движения волны при гидравлическом ударе используем равенство [1]

$$c = \sqrt{\frac{K / \rho}{1 + K \Omega}},$$

где K и ρ – коэффициент объемной упругости и плотность рассматриваемой жидкости соответственно, здесь Ω для случая трубы с покрытием определяется по зависимости

$$\Omega = 2 \left(\varphi^{(1)} - \frac{2}{E_1} \left(\frac{XY + YW - XZ}{Y - Z - W} \right) \right),$$

для случая трубы без покрытия

$$\Omega = \frac{2}{E_2} \left(v_2 - \frac{1 + \beta_r^2}{1 - \beta_r^2} \right).$$

В [1] представлены более подробный аналитический вывод и описание формулы. В литературе можно найти анализ квазистатической и частотно-зависимой волновой скорости возмущений потока в трубах для жестких, упругих и вязкоупругих стенок труб. Обзоры, учитывающие взаимодействие жидкости и структуры (рассматривая воду как сжимаемую жидкость) можно найти в [5]–[8]. Более подробный обзор может быть найден также в [9].

2 Реализация расчетов напряженно-деформированного состояния слоистых труб

Используя выше приведенную теорию, разработаны алгоритмы и программы расчета напряженно-деформированного состояния труб с внутренними покрытиями из функционально-градиентного материала и композита, состоящего из матрицы и волокна. Для тестирования программ расчета по данной методике использовались геометрические и механические данные и результаты расчетов напряженного состояния и скорости движения волны для однородной трубы, приведенные в работе [1].

Приняты следующие геометрические и физико-механические характеристики исследуемой системы трубы и покрытия.

Труба: материал – сталь, модуль упругости $E = 210$ ГПа; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$; толщина $h_2 = 6$ мм.

Покрытие: материал – стеклопластик, модуль упругости волокна $E_a = 71$ ГПа; модуль упругости матрицы $E_m = 3,5$ ГПа; коэффициент Пуассона волокна $\nu_a = 0,22$; коэффициент Пуассона матрицы $\nu_m = 0,38$; толщина $h_1 = 3$ мм, процентное содержание волокна составляет 30%. Внутренний радиус $r_0 = 147$ мм, средний радиус $r_1 = 150$ мм, внешний радиус $r_2 = 156$ мм.

Внутреннее давление $p_{внутр} = 1$ МПа, внешнее давление $p_{внешн} = 0$ МПа.

Программы расчета, по вышеописанным алгоритмам, позволяют получить значения перемещений и напряжений в любой точке трубы и покрытия в табличной и графической формах, а также скорость движения жидкости внутри трубопровода. Графики зависимостей перемещений u_r , напряжений σ_r и напряжений σ_0 показаны на рисунках 2.1–2.3 соответственно (*a* – труба с покрытием из функционально-градиентного материала, *b* – труба с покрытием из композита). Также представляется возможным исследовать влияние наличия покрытия из композита внутри трубопровода на напряженно-деформированное состояние трубы. На рисунках 2.1, *b*; 2.2, *b*; 2.3, *b* верхний график определяет зависимости для трубы без покрытия, нижний график – для трубы с покрытием.

Исследовалось влияние процентного содержания волокон в покрытии на напряженно-деформированное состояние трубы с покрытием из композита, основные результаты отражены в таблице 2.1. Рассматривались различные варианты толщин покрытия и трубы: $h_1 = 3$ мм, $h_2 = 6$ мм и $h_1 = 6$ мм, $h_2 = 3$ мм.

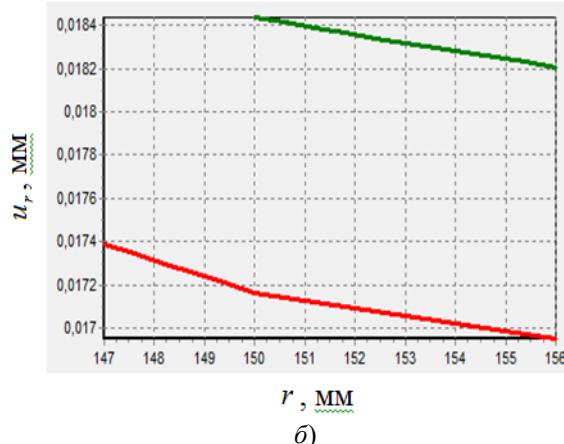
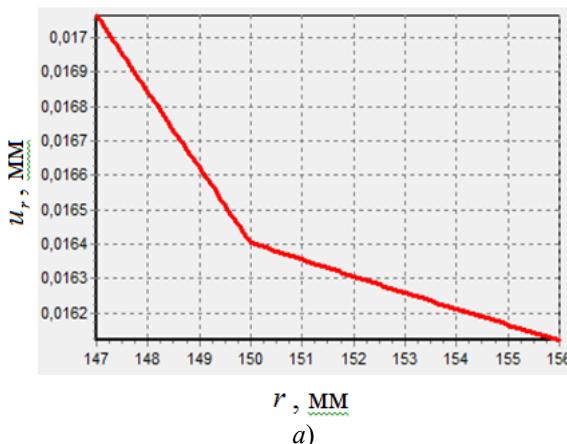


Рисунок 2.1 – Графики зависимостей перемещений u_r от r

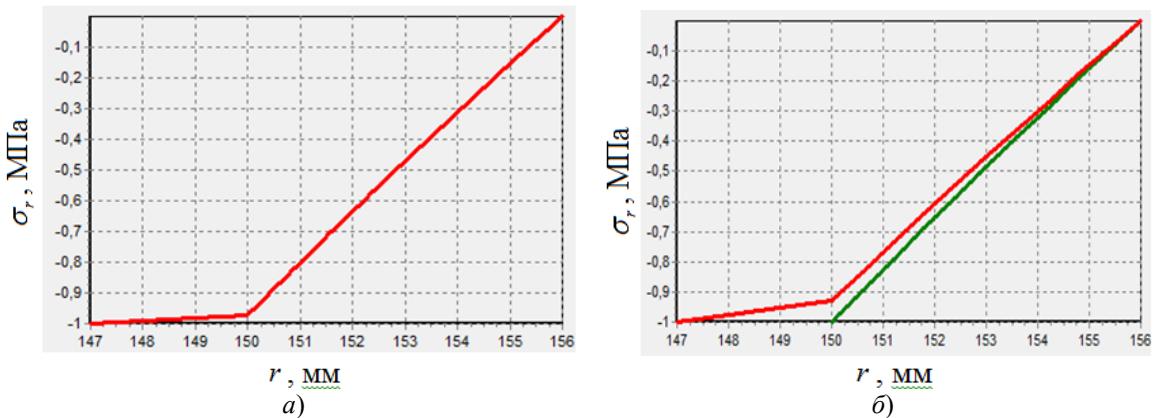


Рисунок 2.2 – Графики зависимостей напряжений σ_r от r

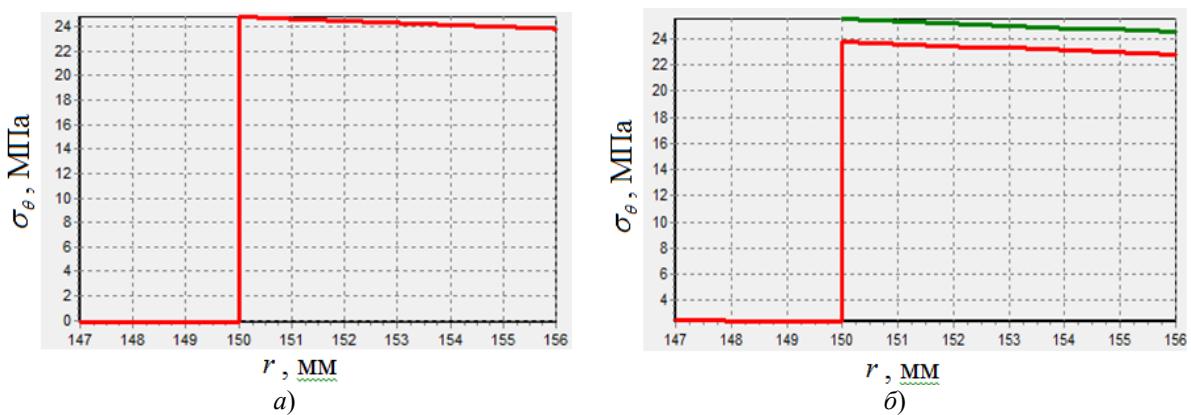


Рисунок 2.3 – Графики зависимостей напряжений σ_θ от r

Таблица 2.1 – Напряженно-деформированное состояние трубы с покрытием из композита

| Содержание волокон, % | r | $r_0 = 147$ мм | | r_1 | | $r_2 = 156$ мм | |
|-----------------------|-----------------------|----------------|--------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| | | | | $r_1 = 150$ мм | $r_1 = 153$ мм | | |
| | | h_1, h_2 | $u_r, \sigma_r, \sigma_\theta$ | $h_1 = 3$ мм $h_2 = 6$ мм | $h_1 = 6$ мм $h_2 = 3$ мм | $h_1 = 3$ мм $h_2 = 6$ мм | $h_1 = 6$ мм $h_2 = 3$ мм |
| 0 | u_r , мм | 0,0189 | 0,0375 | 0,0180 | 0,0355 | 0,0178 | 0,0353 |
| | σ_r , МПа | -1 | -1 | -0,9788 | -0,9418 | 0 | 0 |
| | σ_θ , МПа | 0,0703 | 0,5135 | 0,0491 | 48,5079 | 23,9904 | 47,5661 |
| 20 | u_r , мм | 0,0177 | 0,0321 | 0,0174 | 0,0314 | 0,0172 | 0,0312 |
| | σ_r , МПа | -1 | -1 | -0,9465 | -0,8321 | 0 | 0 |
| | σ_θ , МПа | 1,7017 | 3,3678 | 1,6482 | 42,8557 | 23,1987 | 42,0236 |
| 50 | u_r , мм | 0,0168 | 0,0272 | 0,0166 | 0,0267 | 0,0164 | 0,0266 |
| | σ_r , МПа | -1 | -1 | -0,9019 | -0,7083 | 0 | 0 |
| | σ_θ , МПа | 3,9565 | 6,5877 | 3,8583 | 36,4797 | 22,1045 | 35,7714 |
| 70 | u_r , мм | 0,0163 | 0,0247 | 0,0161 | 0,0243 | 0,0159 | 0,0242 |
| | σ_r , МПа | -1 | -1 | -0,8744 | -0,6443 | 0 | 0 |
| | σ_θ , МПа | 5,3451 | 8,2501 | 5,2194 | 33,1879 | 21,4306 | 32,5435 |
| 100 | u_r , мм | 0,0155 | 0,0217 | 0,0154 | 0,0214 | 0,0152 | 0,0213 |
| | σ_r , МПа | -1 | -1 | -0,8361 | -0,5675 | 0 | 0 |
| | σ_θ , МПа | 7,2761 | 10,2481 | 7,1123 | 29,1731 | 20,4934 | 28,6638 |

Таблица 2.2 – Скорость жидкости внутри трубы с покрытием из композита и трубы без покрытия (м/с)

| Труба | h_1 , мм | h_2 , мм | Содержание волокон, % | | | | |
|--------------------|------------|------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|
| | | | 0 | 20 | 50 | 70 | 100 |
| Труба без покрытия | 0 | 6 | | | | 2,0170 | |
| | 0 | 3 | | | | 1,4237 | |
| Труба с покрытием | 3 | 6 | 1,9714 | 2,0364 | 2,0918 | 2,1262 | 2,1762 |
| | 6 | 3 | 1,3995 | 1,5124 | 1,6444 | 1,7260 | 1,8415 |

Для данных геометрических и физико-механических характеристик, приняв плотность жидкости внутри трубопровода $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ и коэффициент объемной упругости $K = 2140 \text{ МПа}$, изменения скорости жидкости внутри трубы без покрытия и трубы с покрытием в зависимости от толщины покрытия h_1 и толщины трубы h_2 представлены в таблице 2.2.

Как видно из данных таблицы 2.2, наличие и учет геометрических и физико-механических характеристик внутренних покрытий трубопроводов может существенно влиять на скорость жидкости внутри трубопроводов.

Заключение

Приведенные в данной статье подход и разработанная методика позволяет выбирать композитный материал для покрытия при восстановлении эксплуатационных свойств труб с движущейся жидкостью; учитывать рассчитанное напряженно-деформированное состояние в покрытии и скорость движения волны в зависимости от степени армирования покрытия и функционально-градиентных свойств материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Wave celerity in hydraulic transients computation for cipp-rehabilitated pipes* / F. Evangelista [et al.] // Int. J. Comp. Meth. and Exp. Meas. – 2020. – Vol. 8, № 4. – P. 326–340.
2. *Parameter analysis of wall thickness of cured-in-place pipe linings for semistructured rehabilitation of concrete drainage pipe* / F. Hongyuan [et al.] // Mathematical Problems in Engineering. – 2020. – Article ID 5271027. – P. 1–16.

3. *Можаровский, В.В. Методика разрахунку напружено-деформованого стану шаруватих труб з урахуванням явищ повзучості и релаксації* / В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков, Е.А. Голубова // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченко. – 2017. – № 3. – С. 151–156.

4. *Tutuncu, N. Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels* / N. Tutuncu, M. Ozturk // Composites: Part B: Engineering. – 2001. – Vol. 32. – P. 683–686.

5. *Rubinov, S.I. Wave propagation in a fluid-filled tube* / S.I. Rubinov, J.B. Keller // Journal of the Acoustical Society of America. – 1971. – № 50. – P. 198–223.

6. *Rubinov, S.I. Wave propagation in viscoelastic tube containing a viscous fluid* / S.I. Rubinov, J.B. Keller // Journal of Fluid Mechanics. – 1978. – № 88. – P. 181–203.

7. *Lavooij, C.S.W. Fluid–structure interaction in liquid-filled piping systems* / C.S.W. Lavooij, A.S. Tijsseling // Journal of Fluids and Structures. – 1991. – № 5. – P. 573–595.

8. *Tijsseling, A.S. Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: a review* / A.S. Tijsseling // Journal of Fluids and Structures. – 1996. – № 10. – P. 109–146.

9. *Hachem, F.E. A review of wave celerity in frictionless and axisymmetrical steel-lined pressure tunnels* / F.E. Hachem, A.J. Schleiss // Journal of Fluids and Structures. – 2011. – № 27. – P. 311–328.

Поступила в редакцию 06.07.2021.