УДК 531.226.1

ФИЗИКА

# ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ОСОБЕННОСТИ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ФАЗОВЫХ РЕШЕТКАХ В СРЕДЕ «РЕОКСАН»

## Г.В. Кулак, В.Н. Навныко, Т.В. Николаенко

Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина

## POLARIZATION SPECIFIC FEATURES OF LIGHT DIFFRACTION BY HOLOGRAPHIC PHASE GRATINGS IN "REOKSAN" MEDIUM

## G.V. Kulak, V.N. Naunyka, T.V. Nikolaenko

Mozyr State Pedagogical University named after I.P. Shamyakin

Теоретически исследованы поляризационные и энергетические характеристики дифрагированных волн нулевого и первого порядка при брэгтовской дифракции света на голографических фазовых решетках в среде «реоксан» со значительной амплитудой изменения показателя преломления регистрирующей среды. Установлено, что коэффициенты отражения и пропускания дифрагированных волн для *s*- и *p*-поляризации падающего света испытывают значительные изменения при модуляции показателя преломления слоя. Показано, что в условиях френелевского отражения световых волн от границ модулированного слоя и увеличении амплитуды возмущения показателя преломления среды, имеет место значительный поворот плоскости поляризации дифрагированной волны для прошедших и отраженных дифракционных порядков.

Ключевые слова: голографическая фазовая решетка, брэгговская дифракция света, френелевское отражение, коэффициенты отражения и пропускания, модуляция света, голографическая среда.

The polarization and energy characteristics of diffracted zero- and first-order waves under Bragg diffraction of light on holographic phase gratings in a "reoksan" medium with a significant amplitude of the refractive index of the recording medium are theoretically investigated. It is founded that the reflection and transmission coefficients of diffracted waves for the s- and p-polarization of incident light experience significant changes when the refractive index of the layer is modulated. It is shown that under the conditions of Fresnel reflection of light waves from the boundaries of the modulated layer and the increase in the amplitude of the perturbation of the refractive index of the medium, there is a significant rotation of the polarization plane of the diffracted wave for the transmitted and reflected diffraction orders.

*Keywords*: holographic phase grating, Bragg light diffraction, Fresnel reflection, reflection and transmission coefficients, light modulation, holographic "reoksan" medium.

## Введение

Высокое значение величины фотоиндуцированного изменения показателя преломления материала среды, регистрирующей голографическую фазовую решетку (ГР) в оптически изотропной среде ( $\Delta n = 5 \cdot 10^{-3}$ ), отмечено в работах [1], [2]. Показано, что в регистрирующей среде «реоксан» возможна запись высокоэффективных пропускающих и отражательных фазовых голограмм при геометрической толщине слоя материала ~ 0,15-3 мм. При этом, однако, в условиях считывания ГР не учитывалось френелевское отражение световых волн от границ модулированной среды [3], [4]. В настоящее время, кроме рассматриваемой среды для записи ГР, широкое применение находят различные регистрирующие ГР среды (фотополимеризующие акрилатные композиции, фотохромные среды органического и неорганического типа, фоторефрактивные полимеры и др.), в которых амплитуда модуляции показателя преломления достигает величин  $\Delta n \sim 10^{-2} - 10^{-1}$  [5].

В настоящей работе на примере голографической среды «реоксан» теоретически исследованы энергетические и поляризационные *Кулак Г.В., Навныко В.Н., Николаенко Т.В.*, 2021 14 характеристики света при брэгговской дифракции на ГР в оптически изотропных средах при учете френелевского отражения от границ плоскопараллельного слоя.

#### 1 Теоретические результаты

Предположим, что плоскопараллельный слой толщиной h с показателем преломления  $n_2$  расположен между однородными прозрачными средами с показателями преломления  $n_1$  и  $n_3$ . Начало системы координат *XYZ* расположено на верхней границе слоя, а ось *Y* перпендикулярна плоскости падения (рисунок 1.1). Световая волна с произвольным азимутом поляризации  $\psi_0$  падает под углом  $\phi_1$  к его нормали на границу слоя z = 0 и испытывает дифракцию в режиме Брэгта в слое.

В условиях брэгтовской дифракции света в слое на его толщину (*h*) накладывается ограничение:  $h >> 2n_2\Lambda^2 / \lambda_0$  [3], [4], где  $\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме,  $\Lambda$  – пространственный период ГР. При этом угол преломления света  $\varphi_2 = \arcsin(n_1 \sin \varphi_1 / n_2)$  совпадает (или близок) к брэгтовскому, то есть  $\varphi_2 \approx \varphi_{\mathcal{B}} = \arcsin(\lambda_0 / 2n_2\Lambda)$ , где  $n_2$  – средний показатель преломления слоя.





(XZ – плоскость дифракции, R<sub>0</sub>, R<sub>1</sub> – коэффициенты отражения дифрагированных волн,

 $T_0, T_1$  – коэффициенты пропускания дифрагированных волн,  $\phi_1 (\phi_2)$  – угол падения (преломления) на границе  $z = 0, \phi_3$  – угол преломления на границе z = h)

Решетка показателя преломления, создаваемая ГР вдоль оси *X* имеет вид:

 $n_{2s}(x) = n_2 + (\Delta n_{2s} / 2n_2) \exp(iKx),$  (1.1) где  $K = 2\pi / \Lambda$  – волновое число ГР. Предполагается, что плоская световая волна с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\vec{k_1} = \vec{e_x}k_{1x} + \vec{e_z}k_{1z}$  ( $k_{1x} = kn_1 \sin \varphi_1,$  $k_{1z} = kn_1 \cos \varphi_1, \ k = \omega / c$ ) имеет *s*-поляризацию.

Решение волнового уравнения для дифрагированного поля электромагнитной волны в слое имеет вид [3]:

$$E = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} A_m(z) \exp[i(K_{mz}z - \omega_m t - \pi m/2)], \quad (1.2)$$

где  $k_{mz} = k_{0z} + mK$ ,  $\omega_m = \omega + m\Omega$ .

При условии:  $k_{0z} \approx K/2$  из совокупности (1.2) дифрагированных волн выделяют две наиболее существенные с дифракционными порядками m = 0 и m = -1. Тогда для *s*-поляризованной падающей воны, система уравнений связанных волн имеет вид:

$$\frac{d^2 A_0}{dz^2} + k_{0z}^2 A_0 - i\eta_s k_2^2 A_{-1} = 0,$$
  
$$\frac{d^2 A_{-1}}{dz^2} + k_{-1z}^2 A_0 + i\eta_s k_2^2 A_0 = 0,$$
 (1.3)

где 
$$k_{0z} = (k_2^2 - k_{0x}^2)^{1/2}, \ k_{-1z} = (k_2^2 - k_{-1x}^2)$$
  
 $k_{0x} = k_2 \sin \varphi_{\mathcal{B}}, \ k_{-1x} = k_2 \sin \varphi_{\mathcal{B}},$   
 $\eta_s = -\Delta n_{2s} / n_2 \cos \varphi_2.$ 

Problems of Physics, Mathematics and Technics, № 3 (48), 2021

С учетом результатов работ [3], [4], решение системы уравнений (1.3) в брэгтовском режиме дифракции можно представить в виде:  $A_0 = (U_2 + U_1)/2$ ,  $A_{-1} = (U_2 - U_1)/2$ . Величины  $U_{1,2}$  находим из решения однородного уравнения:

$$\frac{d^2 U_{1,2}}{dz^2} + k_2^2 \left(\cos^2 \varphi_2 \pm \frac{1}{2} \eta_s\right) U_{1,2} = 0.$$
 (1.4)

Решение уравнений (1.4) имеет вид:

$$U_{1,2} = C_1^{\pm} e^{ik_2^{\pm}(z)} + C_2^{\pm} e^{-ik_2^{\pm}(z)}, \qquad (1.5)$$

где  $k_2^{\pm}(z) = k_2 z [(1 - n_1^2 / n_2^2) \sin^2 \varphi_1 \pm (\Delta n_{2s} / 2n_2 \cos \varphi_2)];$  $C_{1,2}^{\pm}$  – постоянные коэффициенты, определяемые

из граничных условий.

Сшивая напряженности электрического и магнитных полей в слое [3], [4], а также в областях z < 0 и z > h, находим коэффициенты отражения и пропускания (относительные интенсивности) дифрагированных волн на границах слоя. В случае дифракции s-поляризованных волн граничные условия, используемые в работе ( $E_v \neq 0$ ,  $H_{v} = 0$ ), аналогичны граничным условиям, приведенным в работе [3]. Для р-поляризованной падающей световой волны  $(E_v = 0, H_v \neq 0)$  амплитуда напряженности магнитного поля световой волны ортогональна плоскости падания XZ [6]. Коэффициенты отражения (*R*<sub>0s</sub>) и пропускания (T<sub>0s</sub>) *s*-поляризованных составляющих дифрагированных волн нулевого и первого  $(R_{1s}, T_{1s})$  соответственно порядков определяются из соотношений:

$$R_{0s} = \left| \frac{\Delta_{0s}^{r}}{\Delta} \right|^{2}, R_{1s} = \left| \frac{2\Delta_{1s}^{r}}{n_{1}\Delta} \right|^{2},$$

$$T_{0s} = \frac{n_{3}\cos\varphi_{3}}{n_{1}\cos\varphi_{1}} \left| \frac{2\Delta_{0s}^{t}}{n_{3}\Delta} \right|^{2}, T_{1s} = \frac{n_{3}\cos\varphi_{3}}{n_{1}\cos\varphi_{1}} \left| \frac{2\Delta_{1s}^{t}}{n_{3}\Delta} \right|^{2},$$
(1.6)

где

$$\begin{split} &\Delta = (-\alpha_{1+}^{-}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{-*} + \alpha_{1-}^{-}\alpha_{3-}^{+}e_{1}^{-}) \times \\ &\times (\alpha_{1+}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{+*} - \alpha_{1-}^{+}\alpha_{3-}^{+}e_{1}^{+}) + \\ &+ (\alpha_{1-}^{+}\alpha_{3-}^{+}e_{1}^{+} - \alpha_{1+}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{+*})(\alpha_{1+}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{-*} - \alpha_{1-}^{+}\alpha_{3-}^{+}e_{1}^{-}), \\ &\Delta_{0}^{r} = (-\alpha_{1+}^{-}\alpha_{3+}^{-}e_{1}^{-*} + \alpha_{1-}^{-}\alpha_{3+}^{-}e_{1}^{-}) \times \\ &\times (\alpha_{1-}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{+*} - \alpha_{1+}^{+}\alpha_{3-}^{-}e_{1}^{-}) + \\ &+ (-\alpha_{1+}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{+*} + \alpha_{1-}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{+})(\alpha_{1-}^{-}\alpha_{3+}^{-}e_{1}^{-*} - \alpha_{1-}^{-}\alpha_{3-}^{-}e_{1}^{-}), \\ &\Delta_{1}^{r} = (b_{1}^{-} - b_{1}^{+})(\alpha_{3-}^{-}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{-*} - \alpha_{3+}^{-}\alpha_{3-}^{-}e_{1}^{-}e_{1}^{+*}) + \\ &+ (b_{1}^{-} - b_{1}^{+})[(\alpha_{3-}^{-})^{2}e_{1}^{+}e_{1}^{-*} - (\alpha_{3+}^{+})^{2}e_{1}^{-*}e_{1}^{+*}], \\ &\Delta_{0,1}^{t} = \mp \alpha_{1+}^{+}e_{1}^{+*}[\alpha_{3+}^{+}b_{1}^{-} + n_{2}\alpha_{3-}^{-} + \alpha_{3-}^{-}(b_{1}^{-} - b_{1}^{+})/2] \pm \\ &\pm \alpha_{1-}^{+}e_{1}^{+}[\alpha_{3-}^{+}b_{1}^{-} + n_{2}\alpha_{3-}^{-} + \alpha_{3-}^{-}(b_{1}^{-} - b_{1}^{+})/2] - \\ &- \alpha_{1+}^{-}e_{1}^{-*}[\alpha_{3-}^{-}b_{1}^{+} + n_{2}\alpha_{3-}^{-} + \alpha_{3-}^{+}(b_{1}^{+} - b_{1}^{-})/2] + \\ &\alpha_{1-}^{-}e_{1}^{-}[\alpha_{3-}^{-}b_{1}^{+} + n_{2}\alpha_{3-}^{+} + \alpha_{3+}^{+}(b_{1}^{+} - b_{1}^{-})/2]. \end{split}$$

Здесь введены обозначения:

$$\alpha_{1,3+}^{\pm} = (1 + n_{1,3}^{-1}b_1^{\pm}), \ \alpha_{1,3-}^{\pm} = (1 - n_{1,3}^{-1}b_1^{\pm})$$
$$b_1^{\pm} = k_{xs}^{b,a} / k, \ e_1^{\pm} = \exp(ik_{xs}^{b,a}),$$

где  $k_{xs}^{b,a} = k_2^{\pm}(h)$ ; знаком «\*» обозначено комплексное сопряжение. При рассмотрении дифракции световых волн *p*-поляризации в выражениях (1.6), (1.7) следует выполнить замены:  $s \rightarrow p$ ,  $n_{1,2} \cos \varphi_{1,2} \rightarrow 1/n_{1,2} \cos \varphi_{1,2}$  для коэффициентов пропускания  $(T_{0,1p})$  и отражения  $(R_{0,1p})$ . Из выражений (1.6), (1.7) следует, что выполняются следующие соотношения:

$$R_{0p,s} + R_{1p,s} + T_{0p,s} + T_{1p,s} = 1$$

Для прозрачных слоёв в условиях, когда средний показатель преломления слоя и окружающих сред одинаковы (отсутствие френелевского отражения), отличные от нуля относительные интенсивности дифрагированных волн определяются соотношениями [7]

$$T_{0s(p)} = \cos^2(\pi \Delta n_{2s(p)}h/2\lambda_0\cos\varphi_1),$$
  

$$T_{1s(p)} = \sin^2(\pi \Delta n_{2s(p)}h/2\lambda_0\cos\varphi_1).$$

При этом следует полагать:  $\Delta n_{2s} = \Delta n$ ,  $\Delta n_{2p} = \Delta n \cos(2\varphi_2)$ . При отсутствии фазовой модуляции слоя ( $\Delta n = 0$ ) выражения (1.6), (1.7) сводятся к формулам Эйри для коэффициентов отражения и пропускания плоскопараллельного слоя [6].

Если падающая световая волна имеет азимут поляризации  $\psi_0$ , то для волны, дифрагированной в нулевой и первый порядки при наблюдении в отраженном свете, происходит поворот плоскости поляризации на угол [6]

$$v_{0,1}^{r} = \operatorname{arctg}(|\mathbf{r}_{0,1}^{s}|/|\mathbf{r}_{0,1}^{p}||\mathbf{tg}\psi_{0}|).$$

При наблюдении в проходящем свете,

$$\Psi_{0,1}^{i} = \operatorname{arctg}(|\mathbf{t}_{0,1}^{s}|/|\mathbf{t}_{0,1}^{p}|\mathbf{t}g\Psi_{0}),$$

где  $r_{0,1}^s$   $(r_{0,1}^p)$  – амплитудные коэффициенты отражения дифрагированных волн *s*- (*p*-) поляризации,  $t_{0,1}^s$   $(t_{0,1}^p)$  – соответствующие таким волнам коэффициенты пропускания.

### 2 Результаты численных расчетов

Численные расчеты проводились для плоскопараллельного слоя из регистрирующей ГР среды «реоксан» в случае дифракции линейно поляризованного излучения *He-* Ne-лазера с длиной волны  $\lambda_0 = 0,6328$  мкм для произвольной линейной поляризации падающего света  $\psi_0$ . Предполагалось, что слой материала ( $n_2 = 1,49$ ) граничит с воздухом ( $n_1 = n_3 = 1$ ).



Рисунок 2.1 – Зависимости коэффициентов пропускания ( $T_{0s}$ ,  $T_{1s}$ ) и отражения ( $R_{0s,1s}$ ) дифрагированной на ГР световой волны в плоскопараллельном слое от фотоиндуцированного изменения показателя преломления  $\Delta n$  при различных толщинах слоя h: 1 мм (1), 1,5 мм (2), 2 мм (3), 2,5 мм (4) (реоксан,  $n_2 = 1,49$ ,  $n_1 = n_3 = 1$ ,  $\lambda_0 = 0,6328$  мкм,  $\varphi_1 = 2^\circ$ ,  $\psi_0 = 45^\circ$ )

Проблемы физики, математики и техники, № 3 (48), 2021

Зависимости коэффициентов отражения  $(R_{0s}, R_{1s})$  и пропускания  $(T_{0s}, T_{1s})$  дифрагированной на ГР световой волны в плоскопараллельном слое из реоксана от фотоиндуцированного изменения показателя преломления  $\Delta n$  при различных значениях толщины слоя *h* представлены на рисунке 2.1. Следует заметить, что для малых углов Брэгга можно положить, что угол падения света удовлетворяет соотношению:  $\varphi_1 \approx \lambda_0 / 2n_1 \Lambda$ .

Зависимости, представленные на рисунке 2.1, а, показывают, что с увеличением фотоиндуцированного изменения показателя преломления  $\Delta n$  коэффициент пропускания  $T_{0s}$  осциллирует, не достигая максимального значения ( $T_{0s} \neq 1$ ). Увеличение фотоиндуцированного изменения показателя преломления  $\Delta n$  сопровождается уменьшением, а затем последующим увеличением коэффициента пропускания. Изменение коэффициента пропускания T<sub>1s</sub> имеет характер, близкий к противофазному, причем его амплитуда не принимает также максимального значения  $(T_{1s} \neq 1)$  *h* = 2 мм (рисунок 2.1, *b*). Такое поведение коэффициентов пропускания дифрагированных волн в прошедших дифракционных порядках обусловлено наличием, наряду с прошедшими пучками, и отраженных дифрагированных пучков.

Коэффициент отражения дифрагированной волны нулевого порядка  $R_{0s}$  осциллирует с изменяющейся амплитудой при изменении показателя преломления  $\Delta n$ . Максимальное значение  $R_{0s}$  составляет 0,16 (рисунок 2.1, *c*) при l = 1 мм,  $\Delta n \approx 0.95$ . При увеличении показателя преломления  $\Delta n$  имеет место амплитудная модуляция коэффициента отражения дифрагированной волны первого порядка ( $R_{1s}$ ). При этом, однако, величина коэффициента отражения  $R_{1s} \approx 0.04$  (рисунок 2.1, *d*) – в максимуме.

Аналогичные особенности поведения коэффициентов отражения и пропускания дифрагированных волн имеют место для *p*-поляризованного падающего света. Количественное отличие величин коэффициентов отражения и пропускания связано с отличием френелевских коэффициентов отражения и пропускания на границах, периодически возмущенного ГР слоя. Следует отметить, что для  $\Delta n \approx 10^{-4}$  при h = 2,5 мм, коэффициенты пропускания и отражения дифрагированной волны первого порядка  $T_{1s} \approx 0,01$ ,  $R_{1r} \approx 10^{-4}$ . Таким образом, для большинства регистрирующих сред использование пропускающих ГР в режиме отражения возможно лишь при достаточно большой толщине материала.



Рисунок 2.2 – Зависимости азимутов поляризации прошедшей (отраженной) дифрагированной волны нулевого ( $\psi_0^{t,r}$ ) и первого ( $\psi_1^{t,r}$ ) порядка от фотоиндуцированного изменения показателя преломления  $\Delta n$  при различных толщинах слоя h: 1 мм (1), 1,5 мм (2), 2 мм (3), 2,5 мм (4) (реоксан,  $n_2 = 1,49$ ,  $n_1 = n_3 = 1$ ,  $\lambda_0 = 0,6328$  мкм,  $\varphi_1 = 2$ ,  $\psi_0 = 45^0$ )

Problems of Physics, Mathematics and Technics, № 3 (48), 2021

На рисунке 2.2, *a*, *b*, представлены зависимости азимута поляризации прошедшей дифрагированной волны нулевого  $\psi_0^t$  (*a*) и первого  $\psi_1^t$ (*b*) порядка.

Зависимости азимутов поляризации ( $\psi_0^r, \psi_1^r$ ) для отраженных дифрагированных волн приведены на рисунке 2.2, *c*, *d*.

Из рисунка 2.2, а, следует, что азимут поляризации прошедшей дифрагированной волны нулевого порядка ( $\psi_0^t$ ) при изменении  $\Delta n$  от  $0,47 \cdot 10^{-3}$  до  $0,8 \cdot 10^{-3}$  изменяется от 0° вплоть до 90°. Нулевые значения азимута поляризации  $\psi_0^t$ связаны с достижением нулевого значения коэффициента пропускания  $t_0^s$  при увеличении фотоиндуцированного изменения показателя преломления  $\Delta n$  и достаточно большим отличием коэффициентов пропускания  $t_0^s$  и  $t_0^p$ . В свою очередь, азимут поляризации дифрагированной волны первого порядка ( $\psi_1^t$ ) дважды достигает нулевого значения (рисунок 2.2, b). При увеличении параметра  $\Delta n$  от  $0,77 \cdot 10^{-3}$  до  $0,82 \cdot 10^{-3}$  при h = 2,5 мм азимут поляризации отраженной дифрагированной волны первого порядка  $\psi_1^r$  изменяется от 0 до  $90^{0}$  (рисунок 2.2, *d*).

#### Заключение

Исследованы особенности брэгговской дифракции света на голографических фазовых решетках в плоскопараллельном слое, граничащим с прозрачными средами, имеющими отличные от слоя показатели преломления для s- и p-поляризации падающего света. Показано, что для пропускающих ГР возможно считывание голограмм не только в прошедших дифракционных порядках, но и в отраженных. На примере голографической среды «реоксан», позволяющей получить значительные фотоиндуцированные изменения показателя преломления слоя, исследованы энергетические коэффициенты отражения и пропускания дифрагированных волн нулевого и первого порядка в условиях фотоиндуцированного

изменения показателя преломления среды и толщины слоя. Показано, что для падающего линейно-поляризованного света происходит значительное изменение азимута поляризации прошедшего и отраженного дифрагированного света при увеличении амплитуды фотоиндуцированного изменения показателя преломления слоя и его толщины.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Использование фенантренхинона для формирования фазовых трехмерных голограмм в среде реоксана / Н.С. Шелехов, О.В. Бандюк, А.П. Попов, А.О. Ребезов // Сб. научных трудов. Оптическая голография с записью в трехмерных средах; под ред. Ю.Н. Денисюка. – Л.: Наука, 1986. – С. 74–82.

2. Длинноволновая граница спектральной чувствительности полимеров реоксана / А.Н. Попов, А.Ф. Кавтрев, А.В. Вениаминов, Г.И. Лашков // Сб. научных трудов. Оптическая голография с записью в трехмерных средах; под ред. Ю.Н. Денисюка. – Л.: Наука, 1986. – С. 82–91.

3. *Kong*, *J.A.* Second-order coupled-mode equations for spatially periodic media / J.A. Kong // J. Opt. Soc. Am. – 1977. – Vol. 67, № 6. – P. 825–829.

4. Кулак, Г.В. Дифракция света на ультразвуке в условиях френелевского отражения / Г.В. Кулак // Опт. и спектр. – 1994. – Т. 76, № 6. – С. 1027–1029.

5. Барачевский, В.А. Современное состояние разработки светочувствительных сред (обзор) / В.А. Барачевский // Опт. и спектр. – 2018. – Т. 124, № 3. – С. 371–399.

6. Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 721 с.

7. Kogelnik, H. Coupled wave theory for thick hologram gratings / H. Kogelnik // The Bell Syst. Tech. Journal. – 1969. – Vol. 48, № 9. – P. 2909–2947.

Поступила в редакцию 16.03.2021.