УДК 535.42:534.8

# ВЛИЯНИЕ ФРЕНЕЛЕВСКОГО ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА НА ПРОЦЕСС СЧИТЫВАНИЯ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ФАЗОВЫХ РЕШЕТОК

Г.В. Кулак, В.Н. Навныко, Т.В. Николаенко

Мозырский государственный педагогический университет имени И.П.Шамякина

# INFLUENCE OF FRESNEL LIGHT REFLECTION ON THE PROCESS OF READING HOLOGRAPHIC PHASE GRATING

G.V. Kulak, V.N. Naunyka, T.V. Nikolaenko

I.P. Shamyakin Mozyr State Pedagogical University

На примере голографической среды «реоксан» теоретически исследованы энергетические коэффициенты отражения и пропускания дифрагированных волн нулевого и первого порядка при увеличении угла падения света (уменьшении периода фазовой решетки), падающего на слой, и фотоиндуцированного изменения показателя преломления среды. Показано, что при увеличении амплитуды возмущения показателя преломления среды, имеет место амплитудная модуляция прошедших и отраженных дифрагированных волн в условиях френелевского отражения от границ слоя. Установлено, что значительные периодические изменения коэффициента отражения дифрагированных волн нулевого прядка происходят при увеличении угла падения света.

Ключевые слова: голографическая решетка, брэгговская дифракция света, коэффициенты отражения и пропускания.

Using the reoxan holographic medium as an example, the energy reflection and transmission coefficients of diffracted zero and first order waves are theoretically investigated with an increase in the angle of incidence of light (decrease in the phase grating period) incident on the layer and photoinduced change in the refractive index of the medium. It is shown that with an increase in the amplitude of the perturbation of the refractive index of the medium, there is an amplitude modulation of the transmitted and reflected diffracted waves under conditions of Fresnel reflection from the layer boundaries. It has been established that significant periodic changes in the reflection coefficient of diffracted zero-order waves occur with an increase in the angle of incidence of light.

Keywords: holographic lattice, Bragg diffraction of light, reflection and transmission coefficients.

## Введение

Процессы фотовозбуждения носителей электрического заряда и процессы захвата носителей на ловушки (мелкие и глубокие) являются принципиально важными в механизме записи информации в фоторефрактивных кристаллах (ФРК) [1]. Важнейшее требование для формирования объемного заряда под действием света - это наличие примесных центров в запрещенной зоне кристалла - доноров, которые обеспечивают появление электронов при освещении светом и центров захвата электронов – глубоких ловушек. В случае практически важных кристаллов  $Bi_{12}SiO_{20},\ Bi_{12}GeO_{20},\ Bi_{12}TiO_{20}$  наиболее важным типом фотоактивных центров являются такие вакансии как Si (или Ge), комплексный ион BiO<sub>7</sub>, наличие примесей хрома и др. [2]-[5]. В работе [6] предполагается, что в кристаллах типа Ві12 SіО20 дырочный механизм записи голографической решетки (ГР) является доминирующим. В этой работе принято, что ионы висмута имеют валентность не только  $Bi^{3+}$ , но и  $Bi^{5+}$  за счет избытка кислорода. Ионы Bi<sup>5+</sup> можно рассматривать как дырочный биполярон или совокупность двух дырок в синглетном состоянии (спины взаимно скомпенсированы). Запись изображения в примесной области поглощения связывается с возбуждением биполярона и его диссоциацией

на две дырки, движением этих дырок во внешнем поле или за счет диффузии и рекомбинацией дырок с образованием нового биполярона. В работе [7] приведены компоненты тензора возмущений диэлектрической проницаемости кубического фоторефрактивного кристалла, выраженные через компоненты тензора электрооптических постоянных, фотоупругих постоянных, пьезоэлектрических постоянных, модулей упругости для различных перспективных срезов кристаллов. Показано (см. например [8]), что амплитуда поля пространственного заряда кубического фоторефрактивного кристалла выражается соотношением

$$E_{sc} = -im \frac{E_D}{1 + E_D / E_q}, {(0.1)}$$

где  $E_D$  — напряженность диффузионного электрического поля,  $E_q$  — напряженность электрического поля насыщения ловушек, m — контраст интерференционной картины. Высокое значение величины фотоиндуцированного изменения показателя преломления материала среды, регистрирующей голограмму ( $\Delta n = 5\cdot 10^{-3}$ ), отмечено в работах [9], [10]. Показано, что на реоксане возможна запись высокоэффективных пропускающих и отражательных фазовых голограмм при геометрической толщине слоя материала

0,15–3 мм. При этом, однако, не учитывалось френелевское отражение световых волн от границ среды [11], [12].

В настоящей работе теоретически исследованы особенности брэгговской дифракции световых волн на голографических фазовых решетках в оптически изотропных средах.

#### 1 Теоретические результаты и обсуждение

Положим, что плоскопараллельный слой толщиной h с показателем преломления  $n_2$  расположен между однородными прозрачными средами с показателями преломления  $n_1$  и  $n_3$ . Начало системы координат XYZ расположено на верхней границе слоя, а ось Y перпендикулярна плоскости падения (рисунок 1.1).

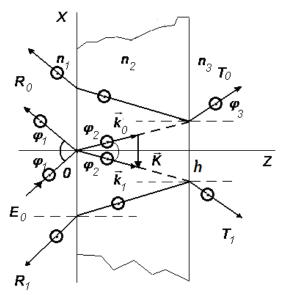


Рисунок 1.1 — Схема считывания ГР в оптически изотропном плоскопараллельном слое (XZ- плоскость дифракции,  $R_0$ ,  $R_1-$  коэффициенты отражения дифрагированных волн,  $T_0$ ,  $T_1-$  коэффициенты пропускания дифрагированных волн,  $\phi_1$  ( $\phi_2$ ) — угол падения (преломления) на границе z=0,  $\phi_3$  — угол преломления на границе z=h).

При брэгговской дифракции света в слое на его толщину (h) накладывается условие:  $(\lambda_0 h / 2n_2\Lambda^2) >> 1$  [1], где  $\lambda_0$  — длина световой волны в вакууме,  $\Lambda$  — пространственный период  $\Gamma$ P.

Решетка показателя преломления, создаваемая  $\Gamma P$  вдоль оси X имеет вид:

$$n_2(x) = n_2 + (\Delta n_2 / 2n_2)e^{iKx}$$

где  $K = 2\pi / \Lambda$  — волновое число ГР.

Предположим, что плоская световая волна с частотой  $\omega$  и волновым вектором

$$\vec{k}_1 = \vec{e}_x k_{1x} + \vec{e}_z k_{1z}$$

 $(k_{1x}=kn_1\sin\phi_1,\ k_{1z}=kn_1\cos\phi_1,\ k=\omega/c)$  имеет  $s\left(p\right)$  – поляризацию. Угол преломления

$$\varphi_2 = \arcsin\left(\frac{n_1 \sin \varphi_1}{n_2}\right)$$

близок к углу Брэгга  $\,\phi_2 pprox \phi_{\scriptscriptstyle B} pprox \frac{K}{2k_2},\,$ где  $\,k_2 = k n_2\,.$ 

Решение волнового уравнения для дифрагированного поля электромагнитной волны в слое имеет вид [11]:

$$E = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} A_m(z) \exp\left[i\left(K_{mz}z - \omega_m t - \frac{\pi m}{2}\right)\right], \quad (1.1)$$

где  $k_{mz} = k_{0z} + mK$ ,  $\omega_m = \omega + m\Omega$ .

При  $k_{0z} \approx K/2$  из совокупности (1.1) дифрагированных волн выделяют две наиболее существенные с дифракционными порядками m=0 и m=-1. Система уравнений связанных волн имеет вид:

$$\frac{d^2 A_0}{dz^2} + k_{0z}^2 A_0 - i\eta k_2^2 A_{-1} = 0,$$

$$\frac{d^2 A_{-1}}{dz^2} + k_{-1z}^2 A_0 + i\eta k_2^2 A_0 = 0,$$
(1.2)

где 
$$k_{0z} = (k_2^2 - k_{0x}^2)^{1/2}, \quad k_{-1z} = (k_2^2 - k_{-1x}^2)^{1/2},$$
  $k_{0x} = k_2 \sin \varphi_{\mathcal{B}}, \quad k_{-1x} = k_2 \sin \varphi_{\mathcal{B}}, \quad \eta = -\Delta n / n_2 \cos \varphi_2.$ 

С учетом результатов работ [11], [12], решение системы уравнений (1.2) в брэгтовском режиме дифракции можно представить в виде:  $A_0 = (U_2 + U_1)/2$ ,  $A_{-1} = (U_2 - U_1)/2$ . Величины  $U_{1,2}$  находим из решения однородного уравнения:

$$\frac{d^2 U_{1,2}}{dz^2} + k_2^2 \left(\cos^2 \varphi_2 \pm \frac{1}{2}\eta\right) U_{1,2} = 0.$$
 (1.3)

Решение уравнений (1.3) имеет вид [11]:  $U_{1,2} = C_1^{\pm} e^{ik_2^{\pm}(z)} + C_2^{\pm} e^{-ik_2^{\pm}(z)},$ 

где

$$k_2^{\pm}(z) = k_2 z \left[ \left( 1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \right) \sin^2 \varphi_1 \pm \left( \Delta n / 2n_2 \cos \varphi_2 \right) \right];$$

 $C_{1,2}^{\pm}$  – постоянные коэффициенты, определяемые из граничных условий.

Сшивая напряженности электрического и магнитных полей в слое [16], [17], а также в областях x < 0 и x > h, находим коэффициенты отражения и пропускания (относительные интенсивности) дифрагированных волн на границе слоя. Коэффициенты отражения  $(R_{0s})$  и пропускания  $(T_{0s})$  s-поляризованных составляющих дифрагированных волн нулевого и первого  $(R_{1s}, T_{1s})$  соответственно порядков определяются соотношениями:

$$R_{0s} = \left| \frac{\Delta_{0s}^{r}}{\Delta} \right|^{2}, \quad R_{1s} = \left| \frac{2\Delta_{1s}^{r}}{n_{1}\Delta} \right|^{2},$$

$$T_{0s} = \frac{n_{3}\cos\varphi_{3}}{n_{1}\cos\varphi_{1}} \left| \frac{2\Delta_{0s}^{t}}{n_{3}\Delta} \right|^{2}, \quad T_{1s} = \frac{n_{3}\cos\varphi_{3}}{n_{1}\cos\varphi_{1}} \left| \frac{2\Delta_{1s}^{t}}{n_{3}\Delta} \right|^{2},$$
(1.4)

где

$$\begin{split} &\Delta = (-\alpha_{1+}^{-}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{-*} + \alpha_{1-}^{-}\alpha_{3-}^{+}e_{1}^{-})(\alpha_{1+}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{+*} - \alpha_{1-}^{+}\alpha_{3-}^{+}e_{1}^{+}) + \\ &+ (\alpha_{1-}^{+}\alpha_{3-}^{+}e_{1}^{+} - \alpha_{1+}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{+*})(\alpha_{1+}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{-*} - \alpha_{1-}^{+}\alpha_{3-}^{+}e_{1}^{-}), \\ &\Delta_{0}' = (-\alpha_{1+}^{-}\alpha_{3+}^{-}e_{1}^{-*} + \alpha_{1-}^{-}\alpha_{3+}^{-}e_{1}^{-})(\alpha_{1-}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{+*} - \alpha_{1+}^{+}\alpha_{3-}^{+}e_{1}^{+}) + \\ &+ (-\alpha_{1+}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{+*} + \alpha_{1-}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{+})(\alpha_{1-}^{-}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{-*} - \alpha_{1+}^{-}\alpha_{3-}^{-}e_{1}^{-}), \\ &\Delta_{1}' = (b_{1}^{-} - b_{1}^{+})(\alpha_{3-}^{+}\alpha_{3+}^{+}e_{1}^{+}e_{1}^{-*} - \alpha_{3+}^{-}\alpha_{3-}^{+}e_{1}^{-}e_{1}^{+*}) + \\ &+ (b_{1}^{-} - b_{1}^{+})\Big[(\alpha_{3-}^{-})^{2}e_{1}^{+}e_{1}^{-*} - (\alpha_{3+}^{+})^{2}e_{1}^{-*}e_{1}^{+*}\Big], \\ &\Delta_{0,1}' = \mp\alpha_{1+}^{+}e_{1}^{+*}\Big[\alpha_{3+}^{+}b_{1}^{-} + n_{2}\alpha_{3+}^{-} + \alpha_{3-}^{-}(b_{1}^{-} - b_{1}^{+})/2\Big] \pm \\ &\pm\alpha_{1-}^{+}e_{1}^{+}\Big[\alpha_{3-}^{+}b_{1}^{+} + n_{2}\alpha_{3-}^{-} + \alpha_{3-}^{-}(b_{1}^{-} - b_{1}^{+})/2\Big] - \\ &-\alpha_{1+}^{-}e_{1}^{-*}\Big[\alpha_{3-}^{-}b_{1}^{+} + n_{2}\alpha_{3-}^{-} + \alpha_{3-}^{+}(b_{1}^{+} - b_{1}^{-})/2\Big] + \\ &\alpha_{1-}^{-}e_{1}^{-}\Big[\alpha_{3-}^{-}b_{1}^{+} + n_{2}\alpha_{3-}^{+} + \alpha_{3+}^{+}(b_{1}^{+} - b_{1}^{-})/2\Big]. \\ &3\text{десь введены обозначения:} \\ &\alpha_{1,3+}^{\pm} = (1 + n_{1,3}^{-1}b_{1}^{\pm}), \quad \alpha_{1,3-}^{\pm} = (1 - n_{1,3}^{-1}b_{1}^{\pm}) \;, \\ &b_{1}^{\pm} = \frac{k_{s,a}^{k,a}}{k}, \quad e_{1}^{\pm} = \exp(ik_{s,a}^{k,a}), \end{split}$$

где  $k_{xs}^{b,a}=k_2^\pm(h)$ ; знаком «\*» обозначено комплексное сопряжение. При рассмотрении дифракции световых волн p-поляризации в выражениях (1.4), (1.5) следует выполнить замены:  $s \to p$ ,  $n_{1,2}\cos\varphi_{1,2}\to 1/n_{1,2}\cos\varphi_{1,2}$  для коэффициентов пропускания  $\left(T_{0,1p}\right)$  и отражения  $\left(R_{0,1p}\right)$ . Из выражений (1.4), (1.5) следует, что выполняются следующие соотношения:

$$R_{0p,s} + R_{1p,s} + T_{0p,s} + T_{1p,s} = 1.$$

Для прозрачных слоёв в отсутствие френелевского отражения отличные от нуля относительные интенсивности дифрагированных волн определяются соотношениями

$$T_{0s,p} = \cos^2(\pi \Delta n_2 h / 2\lambda_0 \cos \varphi_1),$$
  
$$T_{1s,p} = \sin^2(\pi \Delta n_2 h / 2\lambda_0 \cos \varphi_1)$$

[1], [11]. При отсутствии фазовой решетки  $(\Delta n = 0)$  выражения (1.4), (1.5) приводят к формулам Эйри для коэффициентов отражения и пропускания плоскопараллельного слоя [13].

## 2 Численные расчеты

Численные расчеты проводились для плоскопараллельного слоя из реоксана в случае дифракции линейно поляризованного излучения He-Ne-лазера s-поляризации с длиной волны  $\lambda_0 = 0,6328$  мкм. Предполагалось, что слой материала  $(n_2 = 1,49)$  граничит с воздухом  $(n_1 = n_3 = 1)$ .

Зависимости коэффициентов отражения  $(R_{0,1})$  и пропускания  $(T_{0,1})$  дифрагированной на ГР световой волны в плоскопараллельном слое из реоксана от фотоиндуцированного изменения показателя преломления  $\Delta n$  и угла падения света на слой  $\phi_1$  представлены на рисунке 2.1. Следует заметить, что для малых углов Брэгга можно положить, что угол падения света удовлетворяет соотношению

$$\varphi_1 \approx \lambda_0 / 2n_1 \Lambda$$
.

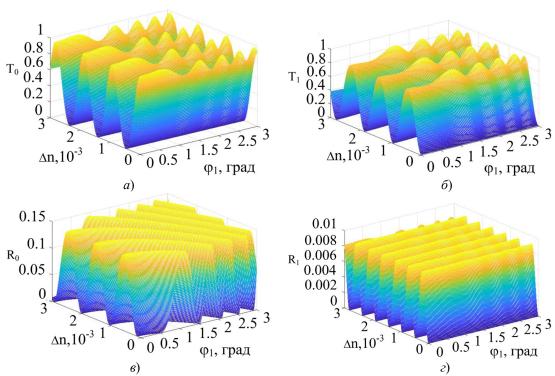


Рисунок 2.1 — Зависимости коэффициентов отражения ( $R_{0s,1s}$ ) и пропускания ( $T_{0s,1s}$ ) дифрагированной на ГР световой волны в плоскопараллельном слое от фотоиндуцированного изменения показателя преломления  $\Delta n$  и угла падения света на слой  $\varphi_1$  (реоксан,  $n_2 = 1,49$ ,  $n_1 = n_3 = 1$ ,  $\lambda_0 = 0,6328$  мкм, h = 1,5 мм)

Зависимость, представленная на рисунке 2.1, a, показывает, что с увеличением угла падания света  $\phi_1$  (уменьшением периода решетки  $\Lambda$ ) имеют место незначительные осцилляции коэффициента пропускания нулевого дифракционного порядка  $T_{0s}$ . Увеличение фотоиндуцированного изменения показателя преломления  $\Delta n$  сопровождается возрастанием и последующим уменьшением коэффициента пропускания, вплоть до нулевого значения по принципу амплитудной модуляции света. Изменение коэффициента пропускания  $T_{1s}$  имеет противофазный характер, причем его амплитуда принимает максимальное значение  $T_{1s}=1$  (рисунок 2.1,  $\delta$ ).

Коэффициент отражения дифрагированной волны нулевого порядка  $R_{0s}$  изменяется периодически как при изменении угла падения  $\phi_1$ , так и при изменении показателя преломления  $\Delta n$ . Максимальное значение  $R_{0s}$  составляет 0,15 (рисунок 2.1,  $\epsilon$ ). При увеличении показателя преломления  $\Delta n$  имеет место амплитудная модуляция коэффициента отражения дифрагированной волны первого порядка  $R_{1s}$  (рисунок 2.1,  $\epsilon$ ). При этом, однако, величина коэффициента отражения  $\sim$ 0,01 в максимуме. В таком случае наблюдаются слабые изменения  $R_{1s}$  при увеличении угла падения света  $\phi_1$  (уменьшением периода решетки  $\Lambda$ ) в максимумах коэффициента  $R_{1s}$ .

Аналогичные особенности поведения коэффициентов отражения и пропускания дифрагированных волн имеют место для p-поляризованного падающего света.

#### Заключение

Установленные особенности брэгговской дифракции света на голографических фазовых решетках в плоскопараллельном слое, граничащем с прозрачными средами, имеющими отличные от слоя показатели преломления для s- и p- поляризации падающего света показали возможность считывания голограмм на реоксане не только в прошедших дифракционных порядках, но и в отраженных. На примере голографической среды «реоксан», позволяющей получить значительные фотоиндуцированные изменения показателя преломления слоя  $\sim 10^{-3}$ , исследованы энергетические коэффициенты отражения и пропускания дифрагированных волн нулевого и первого порядка при увеличении угла падения света (уменьшения периода фазовой решетки), падающего на слой и фотоиндуцированного изменения показателя преломления среды. Показано, что при увеличении максимального возмущения показателя преломления среды, имеет место амплитудная модуляция прошедших и отраженных дифрагированных волн в условиях френелевского отражения от границ слоя. Установлено, что значительные периодические изменения коэффициента отражения дифрагированных волн нулевого прядка происходят при увеличении угла падения света (уменьшении периода фазовой решетки).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Петров, М.П. Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации. / М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. Л.: Наука. Ленингр. отделение, 1983.-270 с.
- 2. *Hou*, *S.L*. Transport processes of photoin-duced carriers in  $Bi_{12}Si0_{20}$  / S.L. Hou, R.B. Lauer, R.E. Aldrich // J. Appl. Phys, 1973. Vol. 44, No 6. P. 2652–2658.
- 3. *Березкин*, *В.И*. Оптические свойства  $Bi_{12}Si0_{20}$ , легированного хромом / В.И. Березкин, М.В. Красинькова // Письма в ЖТФ. − 1983. − Т. 9, № 8. − С. 467–471.
- 4. *Гудаев*, *О.А.* Энергетический спектр и природа глубоких уровней в кристаллах германата висмута / О.А. Гудаев, В.А. Детиненко, В.К. Малиновский // ФТТ. 1981. Т. 23, № 1. С. 195–201.
- 5. Oberschmid, R. Absorption centers of  $Bi_{12}GeO_{20}$  and  $Bi_{12}SiO_{20}$  crystals / R. Oberschmid // Phys. Stat. Sol. (a). -1985. Vol. 89, N 1. P. 263–270.
- 6. Красинькова, М.В. О центрах примесной фотопроводимости и скрытого изображения в кристаллах  $Bi_{12}SiO_{20}$  и его аналогах / М.В. Красинькова, Б.Я. Мойжес // ФТТ. 1989. Т. 31, № 9. С. 81—86.
- 7. Шандаров, С.М. Изменение тензора диэлектрической проницаемости в кубических фоторефрактивных кристаллах под действием электрического поля голографической решетки / С.М. Шандаров, В.В. Шепелевич, Н.Д. Хатьков // Опт. и спектр. 1989. Т. 67, № 4. С. 819–822.
- 8. Holographic storage in electrooptic crystals / N.V. Kuchtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin, V.L. Vinetskii // Ferroelectrics, 1979. Vol. 22. P. 949–962.
- 9. Использование фенантренхинона для формирования фазовых трехмерных голограмм в среде реоксана / Н.С. Шелехов, О.В. Бандюк, А.П. Попов, А.О. Ребезов // Сб. научных трудов. Оптическая голография с записью в трехмерных средах; под ред. Ю.Н.Денисюка. Л. Наука. Ленингр. отделение, 1986. С. 74—82.
- 10. Длинноволновая граница спектральной чувствительности полимеров реоксана / А.Н. Попов, А.Ф. Кавтрев, А.В. Вениаминов, Г.И. Лашков // Сб. научных трудов. Оптическая голография с записью в трехмерных средах; под ред. Ю.Н. Денисюка. Л. Наука. Ленингр. отделение, 1986. С. 82–91.
- 11. *Kong*, *J.A*. Second-order coupled-mode equations for spatially periodic media / J.A. Kong // J. Opt. Soc. Am. 1977. Vol. 67, № 6. P. 825–829.
- 12. *Кулак*, *Г.В.* Дифракция света на ультразвуке в условиях френелевского отражения / Г.В. Кулак // Оптика и спектроскопия. 1994. Т. 76, № 6. С. 1027—1029.
- 13. *Борн*, *М*. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. М.: Наука, 1973. 721 с.

Поступила в редакцию 02.09.2020.