

УДК 535.4

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА СМЕШАННОЙ ОТРАЖАТЕЛЬНОЙ ГОЛОГРАММЕ В КРИСТАЛЛЕ $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ СРЕЗА (001)

М.А. Аманова, В.Н. Навныко, В.В. Шепелевич

*Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина*

## STUDY OF TWO-WAVE INTERACTION ON A MIXED REFLECTIVE HOLOGRAM IN A (001) CUT $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ CRYSTAL

M.A. Amanova, V.N. Naunya, V.V. Shepelevich

*I.P. Shamyakin Mozyr State Pedagogical University*

Изучены закономерности усиления предметной волны при встречном двухволновом взаимодействии на объемной отражательной смешанной голограмме, сформированной в кубическом оптически активном фоторефрактивном пьезокристалле. Проанализирована зависимость относительной интенсивности предметной световой волны от входных азимутов линейной поляризации опорной и предметной волн при их одновременной дифракции на смешанной отражательной голограмме в кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (ВТО). Установлено поляризационное условие для достижения максимальной относительной интенсивности предметной волны для смешанной отражательной голограммы. Показано, что условия достижения максимальной относительной интенсивности предметной волны для фазовой и смешанной отражательных голограмм существенно различаются.

**Ключевые слова:** смешанная голограмма, двухволновое взаимодействие, относительная интенсивность предметной волны, азимут поляризации, оптическая активность.

The regularities of amplification of subject wave for contra directional two-wave interaction on a volume reflection mixed hologram formed in a cubic optically active photorefractive piezocrystal are studied. The dependence of the relative intensity of the object light wave on the input azimuths of the linear polarization of the reference and subject waves during their simultaneous diffraction by a mixed reflection hologram in a  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO) crystal is analyzed. The polarization condition for achieving the maximum relative intensity of the subject wave for mixed reflection hologram is established. It is shown that the conditions for achieving the maximum relative intensity of the subject wave for phase and mixed reflection holograms are highly different.

**Keywords:** mixed hologram, two-wave interaction, relative intensity of the subject wave, polarization azimuth, optical activity.

### Введение

Схема записи объёмных голографических решеток впервые предложена и изучена Ю.Н. Денисюком [1], [2]. Выполнение таких исследований стимулировало поиск регистрирующих материалов, перспективных для записи и считывания объёмных голограмм.

Для формирования объёмных голограмм широкое применение нашли кубические фоторефрактивные оптически активные пьезокристаллы [3] семейства силленита: силикосилленит висмута  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO), германосилленит висмута  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  (BGO) и титаносилленит висмута  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (ВТО), принадлежащие классу симметрии 23.

Н. Kogelnik в [4] на основе связанных волн теоретически проанализировал процесс взаимодействия светового излучения с объёмными голографическими решётками в фоторефрактивных кристаллах. В работе автором были рассмотрены различные типы голографических решеток: фазовые, амплитудные и смешанные. Найдены аналитические выражения для расчета дифракционной эффективности голограмм и коэффициент усиления предметной волны при

двухволновом взаимодействии на пропускающих и отражательных голографических решетках.

Теоретический анализ по изучению взаимодействия светового излучения в гиротропных кристаллах на основе ковариантных (бескоординатных) методов был впервые предложен Ф.И. Фёдоровым [5], [6]. На основании полученных результатов были получены постоянные связи в уравнениях связанных волн, записанные в бескоординатной форме, и получено решение системы уравнений связанных волн.

При описании дифракции света на фазовых пропускающих голографических решетках в кубических оптически активных фоторефрактивных пьезокристаллах произвольного среза используется система дифференциальных уравнений связанных волн, полученная В.В. Шепелевичем в [7], [8]. В этих работах представлены аналитические выражения, предназначенные для нахождения дифракционной эффективности пропускающей голограммы, сформированной в кристалле произвольного среза при одновременном взаимодействии двух световых волн. Исследованы условия достижения наибольших энергетических

характеристик объемных фазовых голограмм в кубических фоторефрактивных кристаллах.

Однако в настоящее время практически не изучены особенности взаимодействия световых волн на объемных смешанных голограммах, сформированных в кубических фоторефрактивных пьезокристаллах. Таким образом, целью настоящей работы является исследование зависимости относительной интенсивности предметной волны от входных азимутов линейной поляризации опорной и предметной волн при их одновременной дифракции на смешанной отражательной голограмме в кристалле ВТО, также от толщины исследуемого кристалла.

### 1 Теоретическая модель

Рассмотрим фоторефрактивный кристалл ВТО с записанной в нем смешанной объемной отражательной голографической решеткой, которой соответствуют волновой вектор  $\vec{K}$  и пространственный период  $\Lambda$  (рисунок 1.1). Предположим, что на кристалл падают две линейно поляризованные монохроматические световые волны: опорная  $\vec{R}$  и предметная  $\vec{S}$ .

На рисунке 1.1 единичные векторы  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  образуют ортонормированный базис рабочей системы координат, используемый для задания ориентации кристалла относительно голографического стола. Единичные векторы  $(\vec{a}_R, \vec{b}_R, \vec{n}_R)$  и  $(\vec{a}_S, \vec{b}_S, \vec{n}_S)$  являются ортонормированными базисами, относительно которых задаются направления распространения и параметры поляризации опорной и предметной волн. Векторы  $\vec{e}_1, \vec{a}_R$  и  $\vec{a}_S$  параллельны друг другу, а векторы  $\vec{n}_R$  и  $\vec{n}_S$  совпадают по направлению с волновыми векторами опорной и предметной волн. Векторы  $\vec{n}_R, \vec{b}_R, \vec{n}_S, \vec{b}_S, \vec{e}_2$  и  $\vec{e}_3$  лежат в одной плоскости. В кристаллографической системе координат направления единичных векторов

$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  определяются следующим образом:  $\vec{e}_1 \parallel [100], \vec{e}_2 \parallel [010], \vec{e}_3 \parallel [001]$ .

Символами  $\vec{R}$  и  $\vec{S}$  соответственно обозначены векторы напряженностей электрических полей опорной и предметной волн, лежащие в плоскостях, определяемых парами векторов  $(\vec{a}_R, \vec{b}_R)$  и  $(\vec{a}_S, \vec{b}_S)$ . Параметры  $\Psi_R$  и  $\Psi_S$  – азимуты поляризации опорной и предметной волн, определяемые угловым расстоянием между векторами  $\vec{a}_R$  и  $\vec{R}, \vec{a}_S$  и  $\vec{S}$  соответственно. Параметры  $\varphi_R$  и  $\varphi_S$  используются для задания углов Брэгга; их значения равны угловым расстояниям между векторами  $\vec{e}_1$  и  $\vec{n}_R, (-\vec{e}_1)$  и  $\vec{n}_S$  соответственно.

Решение задачи об одновременной дифракции опорной и предметной волн на отражательной голографической решетке, сформированной в оптически активном фоторефрактивном пьезокристалле ВТО, получено с применением уравнений связанных волн:

$$\frac{dR_{\perp}}{dz} = ie^{i\delta}\kappa_1^R S_{\perp} + ie^{-i\delta}\kappa_2^R S_{\parallel} + \rho_R R_{\parallel},$$

$$\frac{dR_{\parallel}}{dz} = ie^{i\delta}\kappa_3^R S_{\perp} + ie^{-i\delta}\kappa_4^R S_{\parallel} - \rho_R R_{\perp},$$

$$\frac{dS_{\perp}}{dz} = ie^{i\delta}\kappa_1^S R_{\perp} + ie^{i\delta}\kappa_2^R R_{\parallel} + \rho_S S_{\parallel},$$

$$\frac{dS_{\parallel}}{dz} = ie^{i\delta}\kappa_3^S R_{\perp} + ie^{i\delta}\kappa_4^R R_{\parallel} - \rho_S R_{\perp},$$

где

$$\kappa_1^{R,S} = \frac{\vec{e}_1 \kappa \vec{e}_1}{\cos(\varphi_{R,S})}, \quad \kappa_2^{R,S} = \frac{\vec{e}_1 \kappa \vec{e}_{S,R}}{\cos(\varphi_{R,S})},$$

$$\kappa_3^{R,S} = \frac{\vec{e}_{R,S} \kappa \vec{e}_1}{\cos(\varphi_{R,S})}, \quad \kappa_4^{R,S} = \frac{\vec{e}_{R,S} \kappa \vec{e}_{S,R}}{\cos(\varphi_{R,S})},$$

$$\rho_{R,S} = \frac{\rho}{\cos(\varphi_{R,S})}, \quad \kappa = -\frac{\pi n_0^3 E_{SC}}{2\lambda} \Delta b.$$

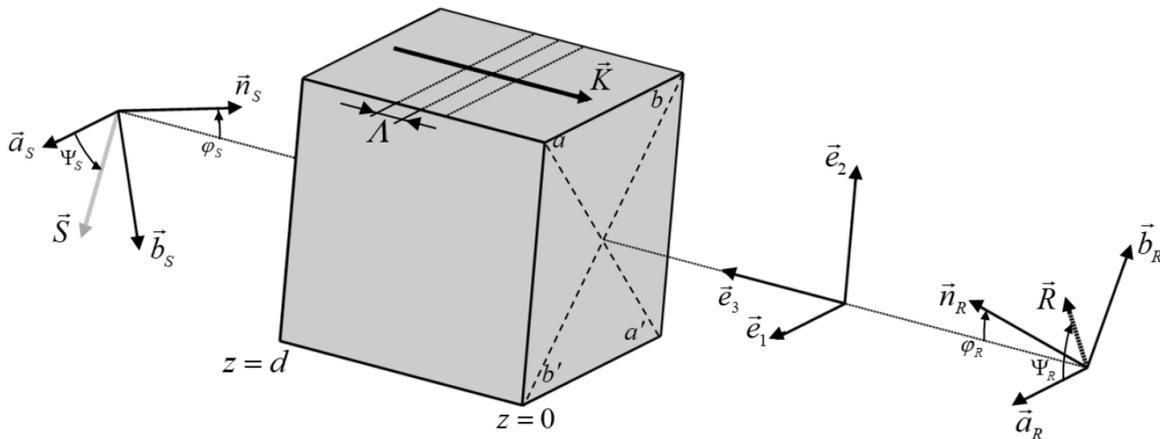


Рисунок 1.1 – Схема встречного двухволнового взаимодействия на отражательной голографической решетке, сформированной в кристалле ВТО

Здесь приняты следующие обозначения:

$R_{\perp}$  и  $R_{\parallel}$ ,  $S_{\perp}$  и  $S_{\parallel}$  – комплексные составляющие векторных амплитуд опорной ( $R$ ) и предметной ( $S$ ) световых волн, распространяющихся внутри кристалла;

$\varphi_R$  и  $\varphi_S$  – углы Брегга для опорной и предметной волн;

$\rho$  – удельное вращение кристалла;

$\kappa_m$  – постоянные связи, посредством которых учитывается влияние электрооптического, обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов, при этом  $m = 1, 2, 3, 4$ ;

$\delta = \pi/2$  – сдвиг фаз между голографической решеткой и интерференционной картиной;

$n_0$  – показатель преломления фоторефрактивного кристалла в отсутствие возмущения;

$\Delta b$  – изменение обратного тензора диэлектрической проницаемости кубического кристалла класса 23;

$E_{SC}$  – амплитуда напряженности электрического поля голографической решетки;

$\lambda$  – длина опорной и предметной волн в вакууме;

$i$  и  $e$  – мнимая единица и основание натурального логарифма соответственно;

$z \in [0, d]$ ;  $d$  – толщина кристаллического образца.

При теоретических расчетах использованы параметры кристалла ВТО, заимствованные в [9]. Напряженность электрического  $E_{SC}$  поля разделенных зарядов отражательной голографической решетки в кристалле принята равной 0,6 кВ/см. При численном решении уравнений связанных волн углы  $\varphi_R$  и  $\varphi_S$  взяты равными  $5^\circ$ , отношение интенсивностей предметной и опорной волн –  $1/10$ , длина волны –  $\lambda = 633$  нм, толщина кристалла –  $d = 14$  мм. При численном решении уравнений связанных волн учитывались изменения энергетических и поляризационных характеристик волн при френелевских отражениях на гранях кристалла.

## 2 Полученные результаты и их обсуждение

Проанализируем закономерности управления энергетическими и поляризационными характеристиками световых волн при их дифракции на отражательной смешанной голограмме, сформированной в оптически активном фоторефрактивном кристалле ВТО среза (001). Рассмотрим следующий вопрос: при каких значениях азимутов линейной поляризации опорной  $\Psi_{R0}$  и предметной  $\Psi_{S0}$  световых волн на входе в кристалл одновременная дифракция этих волн на отражательной смешанной голограмме приводит к наибольшим значениям относительной интенсивности предметной волны на выходе из кристалла.

На рисунке 2.1 представлены зависимости максимальных  $\gamma^{\max}$  и минимальных  $\gamma^{\min}$  значений относительной интенсивности предметной волны от толщины  $d$  кристалла ВТО среза (001), рассчитанные для фазовой голограммы (кривые 3, 5) и для смешанной голограммы (кривые 1, 2, 4, 6).

Расчет зависимостей 3 и 5 производился с учетом поляризационного условия [10], которое заключается в том, что азимуты линейной поляризации взаимодействующих волн связаны соотношением:  $\Psi_{R0} = -\Psi_{S0} + \rho d$ . Как показывают результаты численных расчетов, при выполнении этого поляризационного условия видность интерференционной картины и относительная интенсивность предметной волны достигают наибольших значений. Таким образом, зависимости 3 и 5, рассчитанные при выполнении поляризационного условия, и являются огибающими максимальных и минимальных значений относительной интенсивности предметной волны для фазовой отражательной голограммы.

На рисунке 2.1 зависимости 2 и 4 рассчитаны с учетом поляризационного условия для смешанной голограммы, а зависимости 1 и 6 получены в результате перебора всех возможных значений  $\Psi_{R0}$  и  $\Psi_{S0}$ . Как видно из сравнения этих зависимостей, рассмотренное выше поляризационное условие для смешанной голограммы перестает работать, поскольку относительная интенсивность предметной волны, полученная при выполнении поляризационного условия, получается меньше наибольшего значения относительной интенсивности предметной волны. Для зависимости  $\gamma^{\min}(d)$  ситуация аналогичная – использование поляризационного условия не позволяет получить минимально возможные значения относительной интенсивности предметной волны.

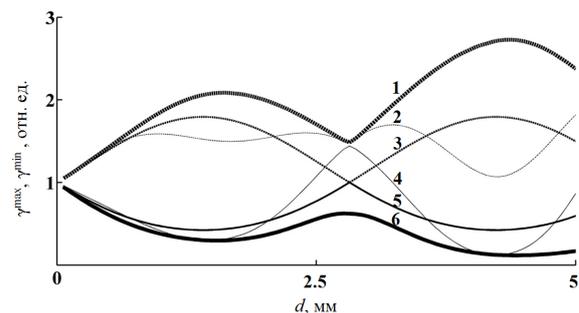


Рисунок 2.1 – Зависимости максимальных  $\gamma^{\max}$  и минимальных  $\gamma^{\min}$  значений относительной интенсивности предметной волны от толщины  $d$  кристалла ВТО среза (001):  
 1, 6 –  $\gamma^{\max}(d)$  и  $\gamma^{\min}(d)$ , смешанная голограмма;  
 3, 5 –  $\gamma^{\max}(d)$  и  $\gamma^{\min}(d)$ , фазовая голограмма;  
 2, 4 –  $\gamma^{\max}(d)$  и  $\gamma^{\min}(d)$ , рассчитанные для смешанной голограммы при учете поляризационного условия

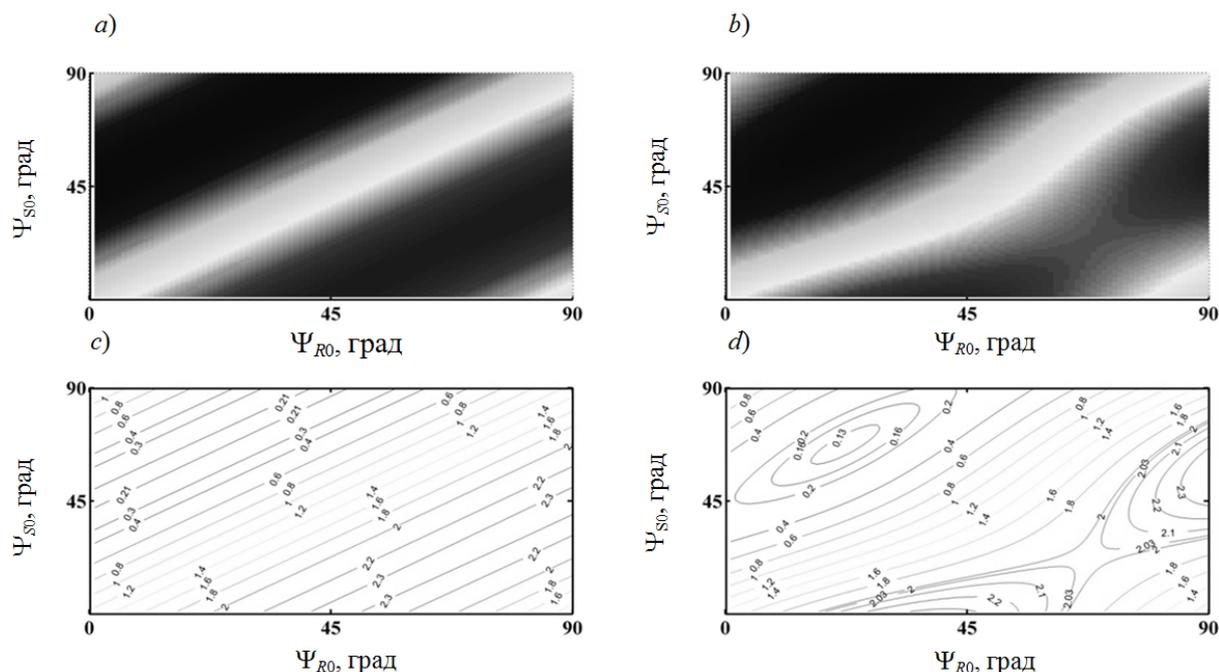


Рисунок 2.2 – Зависимости относительной интенсивности  $\gamma$  предметной волны от азимутов  $\Psi_{S0}$  и  $\Psi_{R0}$  на входе в кристалл, рассчитанные для кристалла ВТО среза (001) толщиной 14 мм:  
 а), с) – фазовая голограмма, б), d) – смешанная голограмма

На рисунке 2.2 представлены зависимости относительной интенсивности  $\gamma$  предметной волны от азимута линейной поляризации  $\Psi_{S0}$  предметной волны и азимута линейной поляризации  $\Psi_{R0}$  опорной волны на входе в кристалл, рассчитанные для кристалла ВТО среза (001) толщиной 14 мм. Рисунки а) и с) рассчитаны с использованием поляризационного условия для фазовой голограммы, рисунки б) и d) получены в результате перебора всех возможных значений  $\Psi_{R0}$  и  $\Psi_{S0}$  для смешанной голограммы.

Как видно из сравнения рисунков а), с) и б), d) линейная зависимость входного азимута линейной поляризации предметной волны от входного азимута линейной поляризации опорной волны, наблюдаемая для фазовой голограммы а), с), в отношении смешанной голограммы нарушается б), d). Для смешанной голограммы наибольшие и наименьшие значения  $\gamma$  достигаются для конкретных пар значений  $\Psi_{R0}$  и  $\Psi_{S0}$ .

### Заключение

Таким образом, в работе проанализированы поляризационно-фазовые условия управления интенсивностью световых пучков. Показано, что режимы дифракции опорной волны на амплитудно-фазовой голограмме и на фазовой голограммах существенно отличаются. Изучены условия достижения наибольших значений относительной интенсивности предметной волны в зависимости от азимутов линейной поляризации опорной  $\Psi_{R0}$  и предметной  $\Psi_{S0}$  световых волн на

входе в кристалл. Установлено, что для смешанной голограммы поляризационное условие по выбору входных азимутов не выполняется – для каждой толщины кристалла существуют конкретные пары значений  $\Psi_{R0}$  и  $\Psi_{S0}$ , при которых достигаются экстремальные значения интенсивности предметной волны.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Денисюк, Ю.Н. Об отображении оптических свойств объекта в волновом поле рассеянного им излучения / Ю.Н. Денисюк // Докл. АН СССР. – 1962. – Т. 144, № 6. – С. 1275–1278.
2. Денисюк, Ю.Н. Об отображении оптических свойств объекта в волновом поле рассеянного им излучения / Ю.Н. Денисюк // Оптика и спектроскопия. – 1963. – Т. 15, № 4. – С. 522–532.
3. Петров, М.П. Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации / М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. – Л.: Наука, 1983. – 270 с.
4. Kogelnik, H. Coupled wave theory for thick hologram grating / H. Kogelnik // Bell Syst. Tech. J. – 1969. – Vol. 48, № 9. – P. 2909–2947.
5. Федоров, Ф.И. Теория гиротропии / Ф.И. Федоров. – Минск: Наука и техника, 1976. – 456 с.
6. Бокуть, Б.В. Основы теоретической кристаллооптики: в 4 ч. / Б.В. Бокуть, А.Н. Сердюков. – Гомель: ГГУ, 1977. – Ч. 2. – 70 с.
7. Шепелевич, В.В. Взаимная трансформация электромагнитных волн на голографических

решетках в кубических гиротропных фоторефрактивных кристаллах произвольного среза / В.В. Шепелевич // Оптика и спектроскопия. – 1990. – Т. 69, № 2. – С. 467–469.

8. Шепелевич, В.В. Дифракция и двухволновое взаимодействие в кубических гиротропных пьезокристаллах произвольного среза. Общие соотношения / В.В. Шепелевич // Оптика и спектроскопия. – 1997. – Т.83, № 1. – С. 172–176.

9. *Energy exchange optimization in (110)-cut BTO crystal by choice of interacting waves polarization* / A.E. Zagorskiy [et al] // Opt. Mat. – 2001. – Vol. 18. – P. 131–133.

10. *Mallik, S. Polarization properties of self-diffraction in sillenite crystals: reflection volume gratings* / S. Mallik, M. Miteva, L. Nikolova // J. Opt Soc. Am. B. – 1997. – Vol. 14, № 5. – P. 1179–1186.

Поступила в редакцию 04.02.20.